JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	ロボットマニピュレータのロバスト視覚フィードバック制御に関する研究
Author(s)	丸山, 章
Citation	
Issue Date	1999-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/870
Rights	
Description	Supervisor:藤田 政之, 情報科学研究科, 博士

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

博 士 論 文

ロボット マニピュレータのロバスト 視覚フィード バック制御に関する研究

指導教官　藤田 政之 助教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

丸山 章

平成 11 年 3 月

Copyright © 1999 by Akira Maruyama

要 旨

本研究ではロボットマニピュレータなどの機械システムのロバスト視覚フィードバック制御に関するいくつかの結果を示す. とくに消散システム理論に基づいて, 視覚フィードバック制御系の安定性および L_2 ゲイン制御性能の解析法について議論する.

はじめに視覚フィードバック制御システムの特徴をとらえるために, 平面マニピュレータの視覚フィードバック制御問題を, 画像面上の点座標の原点における安定化問題に帰着させ定式化する. そしてマニピュレータダイナミクスの受動性と, 2 次元回転変換の性質を利用することで, 漸近安定性を保証する制御則を導出した.

つぎに静止対象の仮定を除くために対象の未知運動を外乱入力と考え, L_2 ゲインによる制御性能解析が視覚フィードバック制御において重要であることを提案する. ここで L_2 ゲイン解析における消散不等式の解を視覚フィードバックシステムのエネルギー関数を利用して直接構成可能であることを示す. またマニピュレータのダイナミクスモデルのパラメトリックな不確かさに対するロバストな安定性と制御性能を保証する適応 H_∞ 視覚フィードバック制御を提案する.

最後に対象とマニピュレータの運動が平面に拘束されている仮定をはずして, 視覚による 3 次元空間中の相対位置姿勢を制御する問題を取り扱う. ここでは安定性などの解析を行うために $SE(3)$ 上の誤差関数を定義し, その誤差関数に基づいてカメラ情報から対象との相対位置姿勢を推定するオブザーバを構成する. つぎにそのオブザーバを利用して相対位置姿勢を制御する制御則の導出を行う. このとき平面マニピュレータの視覚フィードバック制御の場合と同様に, マニピュレータダイナミクスを含む系に対しては, 視覚フィードバックシステムのエネルギー関数を利用して, 漸近安定性と L_2 ゲインによる制御性能解析を行った.

目 次

1 序論 **1**

1.1 背景および動機 1

1.1.1 視覚フィードバック制御 2

1.1.2 マニピュレータの運動制御 4

1.1.3 剛体運動の記述 5

1.2 本研究の目的 6

1.2.1 2次元視覚フィードバック制御 6

1.2.2 視覚を利用した3次元相対位置姿勢制御 7

1.3 本論文の構成 8

1.4 記号 10

2 準備 **12**

2.1 はじめに 12

2.2 マニピュレータダイナミクスのモデル 13

2.3 消散システム理論の概要 15

2.4 受動性に基づくマニピュレータ制御 17

2.5 おわりに 19

3 2次元視覚フィードバックシステムの安定性 **20**

3.1 はじめに 20

3.2 問題設定 21

3.3 リアプノフの安定論に基づく制御則 24

3.4 実験例 25

3.4.1 実験環境 26

3.4.2 実験結果 . . . 26
3.5 おわりに . . . 26

4 2次元視覚フィードバックシステムの L_2 ゲイン制御性能解析 29
4.1 はじめに . . . 29
4.2 問題設定 . . . 30
4.2.1 視覚フィードバックシステムモデルの再構築 . . . 30
4.2.2 H_∞ 視覚フィードバック制御問題 . . . 31
4.3 視覚フィードバックシステムの制御性能解析 . . . 32
4.3.1 H_∞ 視覚フィードバック制御則の提案 . . . 32
4.3.2 H_∞ 視覚フィードバック制御則の内部安定性 . . . 32
4.3.3 L_2 ゲインによる制御性能解析 . . . 35
4.4 実験例 . . . 38
4.4.1 実験環境 . . . 38
4.4.2 ゲインの決定 . . . 38
4.4.3 実験結果 . . . 39
4.5 おわりに . . . 40

5 視覚フィードバックシステムの適応 H_∞ 制御 43
5.1 はじめに . . . 43
5.2 モデルの不確かさと問題の定式化 . . . 44
5.2.1 マニピュレータの慣性パラメータの不確かさ . . . 44
5.2.2 問題設定 . . . 45
5.3 適応 H_∞ 視覚フィードバック制御則 . . . 46
5.3.1 受動性に基づく視覚フィードバック制御則 . . . 46
5.3.2 補助入力の提案と漸近的特性の解析 . . . 49
5.3.3 L_2 ゲイン制御性能解析 . . . 52
5.4 シミュレーション例 . . . 53
5.4.1 状況の設定 . . . 53
5.4.2 シミュレーション結果 . . . 55
5.5 おわりに . . . 56

6 視覚フィードバックを利用した 3 次元相対位置姿勢制御 58

6.1 はじめに 58
6.2 $SO(3)$ 上の誤差関数 59
6.3 3 次元運動に対する視覚フィードバックシステムのモデル 63
6.3.1 座標の設定 63
6.3.2 座標系の変換 63
6.3.3 剛体の運動モデル 65
6.3.4 カメラの透視変換モデル 66
6.4 非線形オブザーバによる相対位置姿勢の推定 67
6.4.1 観測方程式の導出 67
6.4.2 相対位置姿勢推定問題 68
6.4.3 非線形オブザーバの構成と内部安定性の解析 69
6.4.4 推定則の L_2 ゲイン解析 71
6.5 相対位置姿勢の制御 73
6.5.1 視覚による相対位置姿勢制御問題の設定 73
6.5.2 内部安定性の解析 76
6.5.3 L_2 ゲイン制御性能解析 78
6.6 マニピュレータダイナミクスへの拡張 80
6.6.1 問題設定 81
6.6.2 視覚フィードバック制御則の提案と内部安定性の解析 83
6.6.3 視覚フィードバック制御則の L_2 ゲイン解析 85
6.7 シミュレーション例 87
6.7.1 状況の設定 87
6.7.2 シミュレーション結果と考察 88
6.7.3 モデルの不確かさに対するロバスト性の確認 89
6.8 おわりに 90

7 結論 98

7.1 まとめ 98
7.1.1 平面マニピュレータに対する視覚フィードバック制御 98

7.1.2 視覚フィードバックを利用した3次元相対位置姿勢制御 99
7.2 将来展望 100
7.2.1 カメラモデルの不確かさに対するロバスト性 100
7.2.2 モデル化されない動特性に対するロバスト性 101
7.2.3 位置ベース制御 or 画像ベース制御 101

A リアプノフの定理 102
A.1 安定性に関する定義 102
A.2 リアプノフの直接法 103
A.3 ラサールの不変定理 105

B 剛体の運動 106
B.1 回転運動 106
B.1.1 回転行列の性質 106
B.2 回転運動 108
B.3 剛体の変換 109
B.4 剛体の運動 110

C 実験装置概要 111
C.1 装置構成 112
C.1.1 マニピュレータとパワーアンプ 112
C.1.2 画像処理装置と CCD カメラ 112
C.1.3 ディジタル制御装置 112
C.2 実験装置の特性 113
C.2.1 カメラキャリブレーション 113
C.2.2 マニピュレータキネマティクス 113
C.2.3 マニピュレータダイナミクス 115

第 1章

序論

視覚情報を利用し, ロボットマニピュレータをはじめとした機械システムを制御する “視覚フィードバック制御” の研究は, 多くの研究分野の結果を統合しながらすすめられている.

1. コンピュータビジョン, つまり実時間での画像処理, 認識, 理解
2. 剛体の運動やマニピュレータなどの構造を理解するキネマティクス
3. 機械システムの運動を把握するダイナミクス
4. フィードバックアルゴリズムを決定する制御理論

本研究の目的は 2 から 4 までの間の溝を埋めることである[1]. その内でも理論的立場をとって, 画像情報の幾何的特徴や機械システムの動力学的特徴と最近の非線形制御理論の結果を利用して制御アルゴリズムや解析法を提案する.

1.1 背景および動機

本研究では視覚フィードバック制御において, とくに剛体の運動などのキネマティクス, マニピュレータダイナミクスから制御理論までの統合を理論的立場をとって進めていくことが目的である. そこで研究の背景については, 視覚フィードバック制御全般, マニピュ

[1] 1 のコンピュータビジョンに関する研究 (画像処理, 認識, 理解) はもちろん非常に重要である. 例えば [27] を参照. しかし本研究では 1 の部分はブラックボックスとして, 観測対象の認識がなされており, その画像面上の位置が与えられていると仮定する

レータの非線形制御, 微分幾何を利用した剛体の運動モデルと述べる.

1.1.1　視覚フィードバック制御

ロボットマニピュレータなどの機械システムは, 組み立て, 加工作業などの工場での利用をはじめとして, 日常生活のサポートや娯楽などの分野において, 現代社会を支えており, 今後ますますの利用分野の拡大が望まれている. それら社会的要求に答えるために, 外部環境の情報を感知し利用することで機械システムの高度化をはかることが提案されている. そのなかでも視覚情報は人間が行動するための重要な情報であり, ロボットマニピュレータなどの機械システムを制御するために, それを利用する方策の探求は長い間の研究課題であった. その上, 視覚情報は産業用マニピュレータを利用した部品の組み立てや溶接作業において, 実際に広く応用されている. それらの多くは視覚センサとマニピュレータの制御が独立している開ループの構造を有しており, 視覚情報処理とマニピュレータの制御に関して, それぞれ別に研究が進められていた.

1970 年代に入り, 視覚情報をマニピュレータの制御のために有効利用する方法として, 白井と井上により視覚情報をフィードバックすることが提案された [68]. これにより視覚情報処理とマニピュレータの制御手法の個々の性能の向上を要求することなく, 視覚フィードバック制御システムとして全体的な性能の向上をはかることが可能となった. しかしながら, 1980 年代前半において視覚フィードバック制御の研究の大きな進展は見られていない. そのころの計算機の性能が十分でないため, マニピュレータのフィードバック制御が可能となる速度で画像を処理できなかったことが一つの理由である. 1980 年代後半から, 再び視覚フィードバック制御に関する研究が活発に行われるようになってきた. 計算機の性能向上により画像処理の高速化がはかられたためである. とくに視覚情報を用いた実験装置の作成が多く行われている. 例えばピンポンを行うロボット [1] などが実現された.

計算機の進歩に伴った画像情報処理やマニピュレータの制御ループの高速化は, 視覚フィードバック制御の分野で一つの革新をおこした. それまでは視覚情報処理とマニピュレータの動作を開ループの意味で結合し利用する, つまり “見てそして動く” 制御が扱われてきた. この開ループでの性能は視覚センサの精度やロボットの制御性能を直接反映する. ところが画像情報処理やマニピュレータの制御ループの高速化は, 個々のサブシステムの性能向上をはかるかわりに, 視覚情報をマニピュレータの制御ループ内に取り込んだ

実時間制御を可能にした. この閉ループの意味での結合, つまり “見ながら動く” 制御により, システム全体で精度や性能の向上をはかれるようになった. これ以降視覚フィードバック制御の目的として, “視覚情報を実時間でフィードバックして対象との相対位置姿勢を制御する” ことが中心となる. “見ながら動く” 視覚フィードバック制御は, マニピュレータを利用するさまざまな作業 (組み立てや物体の把持など), ミサイルなどを追従するカメラ, 車や飛行機などの自動運転などの提案や適用事例がある.

このような応用上の必要性とともに視覚フィードバックシステムが注目を浴びている理由として, 非線形システム理論における興味深い課題を提供していることも挙げられる. 視覚情報を実時間でフィードバックし, マニピュレータを制御することの目的は前述の作業タスクの実行とともに, カメラやマニピュレータのモデルの不確かさや外乱入力の影響を低減させる. そこで外乱の影響がどれだけ減衰しているのかを定量的にはかりたい要求がでてくる. しかも正フィードバックに相当する制御を行うと系全体が不安定になってしまうフィードバック制御特有の問題も同時に生じる.

1990 年代に入り, 視覚フィードバック制御に対して制御理論の枠組みで安定性解析や制御性能の評価を行う研究が進められてきた. Papanikolopoulos らは, 制御対象を 1 階の積分器により近似し, LQ 最適制御の適用を行った. また観測対象の運動をカルマンフィルタを利用して推定することで, 運動する対象に追従させる方法も提案している [59][60][54]. その方法を発展させる意味で, 拡張カルマンフィルタ [16][73] や H_∞ フィルタ [41] を利用することが提案されている. またフィードバック線形化手法の枠組みで, 視覚フィードバック制御の解析や設計を行う研究も進められている. Weiss [74] は画像ヤコビアンと呼ばれる行列を定義し, それを分解速度法に利用した. 画像ヤコビアンで利用する観測対象の選択法を Feddema ら [24] が与えている. また性能評価基準として LQ 最適制御 [32] や H_∞ 制御 [56] の応用が提案されている.

以上の結果は, キネマティクスベースのカメラやマニピュレータモデルと線形システムの制御理論を結合して考察が進められていた. キネマティクス, ダイナミクス, 制御理論を組み合わせた視覚フィードバック制御の研究としては Espiau ら [23] や橋本ら [33][34] はマニピュレータの逆動力学に基づく制御と画像ヤコビアンを利用した分解速度制御を併用することを提案した. しかし画像ヤコビアンは, 計測が困難であるカメラと対象の距離に陽に依存する. そのため, いずれの研究もマニピュレータの運動を平面に拘束する, 目標点近傍での計算値を利用する, もしくは推定値を利用するなどにより, 制御則を構成するこ

とが提案されている. しかしマニピュレータの運動を平面に拘束する仮定以外は, 理論的には安定性すら保証できていない. 画像ヤコビアンそのものを推定する方法も提案されている [28] が, そこでも安定性の厳密な議論は行われていない. そして, ほとんどの研究では観測対象が静止している仮定のもとでの解析である. 対象の運動速度を推定することを提案した文献 [34] においても対象の運動に関する限定されたモデルが必要となり, 対象の位置姿勢も既知でなくてはならない.

最近になりマニピュレータの運動を平面に拘束する仮定をおいて, リアプノフの安定定理に基づき, 厳密に視覚フィードバックシステムの安定性を議論する研究が進められてきている [49] [37] [38] [63] [19]. これらの研究はカメラを基準座標に固定した “固定カメラ” を仮定して, 構造の単純な視覚フィードバック制御則により漸近安定性を証明している. このとき焦点距離などのカメラパラメータのロバスト性も同時に議論している. しかし, いずれの研究もシステムの漸近安定性のみを議論しており, マニピュレータモデルの不確かさに対するロバスト性の議論や対象が運動する場合については, 不十分であるといわざるをえない. カメラをマニピュレータの手先に取り付ける “アイインハンド” の構造については文献 [39] [48] などで扱われているが, カメラと対象との距離が直接取得可能である仮定が存在する. また観測対象が運動する場合の考察が行われていない問題も依然存在する.

以上の視覚フィードバック制御の研究のサーベイとなる論文や著書としては文献 [15] [29] [17] [31] などがある. もっとも新しい文献 [17] では, 以下の 3 つが視覚フィードバック制御の今後の課題であるとしている.

1. コンピュータビジョンのロバスト性
2. 制御理論や推定理論に基づいた厳密な解析
3. さまざまなセンサ (触覚や力覚など) との統合

本研究では 2 の課題についての解を与えることが目標である.

1.1.2 マニピュレータの運動制御

本節ではマニピュレータの運動の制御を中心に非線形制御理論に関する背景を述べる. ロボットマニピュレータをはじめとした機械システムの研究の歴史は非常に長くさまざまなものが存在する. 本研究ではマニピュレータダイナミクスをオイラーラグランジュ運動

方程式で記述するため, そこに内在する性質, とくに受動性とよばれる性質を利用する制御則に関する研究について述べる. この制御則は受動性に基づく制御と呼ばれており, 最初の提案は竹垣と有本により与えられた [72]. その後の結果は, 文献 [2][3][4][5][6] などにまとめられている. これらの研究は目標姿勢が時間的に変化しない定置制御を対象としているのに対して, 目標姿勢が時間的に変化する場合の追従制御問題を扱っているものとしては, [69][57] などがある. また文献 [14] には受動性に基づく制御則のこれまでの結果がまとめられている. 受動性に基づく制御則の最大の特徴は, 安定性の解析で利用するリアプノフ関数をオイラーラグランジュ運動方程式の性質を利用して構成する. そのためダイナミクスモデルの不確かさなどに対するロバスト制御 [65] や適応制御 [69][57] の構成が非常に容易になる.

ところで, 外乱入力に対するロバストな制御系設計法として H_∞ 制御が注目を浴びている. H_∞ 制御とは, 外乱入力から制御出力への影響を L_2 ゲインを利用して定量化し, その値を最小化することにより外乱入力の減衰をはかることが目的である. 1980 年代末に線形システムで H_∞ 制御則が与えられ [21], 実際の制御システムに応用され有効性が確認されている. H_∞ 制御の非線形システムへの拡張が, 近年さまざまなアプローチで研究されている. とくに消散システム理論に基づいて, 外乱入力の減衰特性を議論する非線形 H_∞ 制御の導出が行われている [66]. 非線形 H_∞ 制御の構成はハミルトンヤコビ不等式とよばれる偏微分不等式に帰着されるのであるが, その解を与えることが困難であるため実際の制御対象への適用研究が進んでいなかった. ところがマニピュレータダイナミクスの性質としての受動性は, 消散性に関する理論によって定義される. つまり受動性に基づくマニピュレータの制御則と非線形 H_∞ 制御は, 消散システム理論という共通の枠組みで与えられるのである. よって受動性に基づくマニピュレータの制御設計法は, 安定性の解析のみならず, 非線形 H_∞ 制御の枠組みで外乱減衰制御性能の議論への発展が可能性を秘めており, 現在盛んに研究されている [7][9][52][70].

1.1.3 剛体運動の記述

1980 年代後半から, 剛体の 3 次元空間中の運動に微分幾何からの解釈が与えられ, Brockett [8] や Paden [58] によりマニピュレータの制御に応用された. これは剛体の運動の表現に完全なパラメトリゼーションを与えることや微分動作の解析の非常に強力な道具となる特

徴をもつ. 微分幾何からの解釈による表現形式は, オイラーラグランジュ運動方程式とも結びつき, 人工衛星の姿勢制御や水中翼船の位置姿勢制御への応用がすすんでいる [11][20]. またカメラモデルは剛体の変換を陽にもつ構造であるため, マニピュレータの単体の制御同様に微分幾何からの表現法を考察していく必要がある. 現在 Soatto らによりコンピュータビジョンへの適用も進んでいる [67].

1.2 本研究の目的

本研究では視覚フィードバック制御を利用したマニピュレータの非線形ロバスト制御についての問題を解決する. マニピュレータモデルとしてはオイラーラグランジュ運動方程式を利用する[2]. これにより受動性に基づくマニピュレータ制御の結果を自然な形で視覚フィードバック制御問題へ拡張することが可能となる. またカメラモデルは剛体運動の基づいた表現を利用して微分幾何からの解釈を与え, 微分操作を必要とするリアプノフの安定論もしくは消散システム理論による解析を容易に行えるようにする.

対象とする視覚フィードバックシステムは, マニピュレータの手先にカメラを取り付けたアイインハンド構造を考えて, 平面マニピュレータの位置決め問題と 3 次元上の相対位置姿勢制御問題の 2 つを考える.

1.2.1 2 次元視覚フィードバック制御

運動が 2 次元に固定された平面マニピュレータ手先位置と観測対象点の位置を視覚情報を利用して一致させる視覚フィードバック制御問題を考える. この理由としては, ロボットマニピュレータと視覚を組み合わせたシステムにおいて実用化されているものとしてはほとんどが平面運動での位置決めであることや, 問題を簡単化して, 視覚フィードバックシステムの本質的な部分だけを取り出すことがあげられる. そこでまず対象点が運動しない仮定をおいて, 漸近安定性を保証する視覚フィードバック制御則を導出する. そこではマニピュレータの受動性から導出される性質とカメラの回転運動の性質を利用することで, リアプノフ関数を構成することを試みる.

[2]本研究を通じてダイナミクスの解析にはオイラーラグランジュ運動方程式だけの性質を利用するため, ロボットマニピュレータに限らずオイラーラグランジュ運動方程式に従った運動を行うシステムに対しては以下でえられる結果は適用可能であることを注意しておく.

つぎに対象点の未知な運動を視覚フィードバックシステムに加わる外乱とみなして, マニピュレータに加わる外乱トルクとあわせて, その影響を減衰させるロバスト視覚フィードバック制御問題を定式化する. 外乱の影響を L_2 ゲインではかり, H_∞ 視覚フィードバック制御則を提案する. これにより, 従来の視覚フィードバック制御で取り扱いが困難であった観測対象の運動を容易に取り扱うことが可能となる. また非線形 H_∞ 制御で問題となるハミルトンヤコビ不等式を解くことは行わず, 消散性の観点から L_2 ゲインの解析を行うことを提案する. その際に必要となる蓄積関数としては, 安定性の解析で利用したリアプノフ関数を利用可能であることを示す.

以上で提案してきた制御則にはマニピュレータの数式モデルを利用して構成される. しかし与えられた数式モデルに不確かさが存在することは避けられない. とくに各リンクの質量, 質点位置, 慣性モーメントなどの慣性パラメータは, その同定の困難さからパラメトリックな不確かさに対してロバストな制御則を構成することは重要である. 従来のマニピュレータの関節空間の制御において, パラメトリックな不確かさに対して, 適応制御則を構成する研究 ([57] とその参考文献を参照) や一様終局有界を保証する研究 [65] などがある. これらの研究はすべて安定性を保証するものであるが, 視覚フィードバック制御においてはその安定性の保証とともに L_2 ゲインの制御性能解析が重要である. そこで本研究では Lu と Packard が提案した適応 H_∞ 制御の枠組みで, マニピュレータの慣性パラメータの不確かさに対するロバスト性を与える適応 H_∞ 視覚フィードバック制御則の提案を行う.

1.2.2 視覚を利用した 3 次元相対位置姿勢制御

視覚フィードバック制御の最終的な目的は, 未知な 3 次元空間を運動する対象との相対位置姿勢を目標位置姿勢に一致させることである. その意味では前節の平面マニピュレータに対する視覚フィードバック制御は非常に限定された問題であるといえる. しかし従来の 3 次元相対位置姿勢の視覚フィードバック制御の研究でも, 1.1 節で述べたように厳密にその安定性や制御性能を考察した研究はまったく存在していない. その理由としては,

1. 運動する空間がユークリッドベクトル空間でなく, 位置をあらわす 3 次元ユークリッドベクトルの集合 $\mathbf{R}^3$ と, 回転をあらわす特殊直交行列の集合 $SO(3)$ との直積空間 $SE(3)$ (特殊ユークリッド空間) となっている. そのため安定性の解析となるリアプノフ関数でさえどのような構造となるのか不明である.

2. 対象の未知な運動の取り扱いが困難である.

3. カメラモデルは透視変換を利用して記述される.

があげられる. そこで本研究では近年注目を浴びている $SE(3)$ 上の剛体の運動モデルに対して微分幾何的解釈を利用して, $SE(3)$ における誤差関数を与える. そして視覚情報より相対位置姿勢を推定するオブザーバを構成して, 提案した $SE(3)$ 上の誤差関数をリアプノフ関数とみなして, 推定誤差が 0 へ収束することを証明する. また対象の運動に関しては平面マニピュレータの制御で提唱するように外乱として取り扱い, L_2 ゲイン解析を行う. 透視変換も相対位置姿勢の推定値を利用して近似を行い, その近似誤差を外乱とみなして, 対象の運動同様に L_2 ゲイン解析を行うことができる.

そして提案したオブザーバを利用して, 対象との相対位置姿勢を目標値へ近づける制御則を提案する. まずマニピュレータのダイナミクスを無視し, 速度入力可能であるとして相対位置姿勢制御則を構成して, その安定性解析や L_2 ゲイン制御性能解析を行う. その際に $SE(3)$ 上の誤差関数が重要な役割を果たす. 最後にマニピュレータダイナミクスを含めたシステムに対する制御則を示す. このときの制御則やリアプノフ関数などの構成は, 平面マニピュレータの場合を拡張することで行えることを示す.

1.3 本論文の構成

本論文の構成は次のとおりである. 2 章では, 本論文で利用する重要な定義, 定理や性質を紹介する. ロボットマニピュレータをオイラーラグランジュの運動方程式に基づいて導出し, その性質を示す. つぎに消散システム理論の概要について述べ, マニピュレータの関節空間における受動性に基づく制御の導出を行う.

3 章ではアイインハンドマニピュレータを利用した 2 次元視覚フィードバック制御で対象が運動しない場合の安定性を考察する. オイラーラグランジュ運動方程式とカメラの回転運動の性質を利用してリアプノフの直接法に基づいた安定性の解析を行う.

4 章では L_2 ゲインを利用した視覚フィードバックシステムの制御性能解析を行う. とくに対象の運動を外乱とみなしてその外乱に対するロバストな制御則を構成することで, 3 章での対象が運動しないという仮定をはずすことが可能となる. また L_2 ゲイン解析で必要となる蓄積関数として安定性の解析で利用したリアプノフ関数を利用することが可能で

あることを示す.

3 章および 4 章では実機を利用した実験を行い, その有効性も確認する.

つぎにマニピュレータに存在する慣性パラメータの不確かさに対してもロバスト性を保証するために適応 H_∞ 制御の枠組みで視覚フィードバック制御を構成することを 5 章で行う. この解析においてもマニピュレータの受動性とカメラの回転運動の性質をうまく利用することで, リアプノフ関数や蓄積関数が構成可能であることを証明する.

6 章では 3 次元空間を運動する対象との相対位置姿勢を一定に保つ 3 次元視覚フィードバック制御を取り扱う. とくに $SE(3)$ 上の誤差関数を定義して, それをリアプノフ関数や蓄積関数として利用可能であることを示す. また平面マニピュレータで提案した 2 次元視覚フィードバック制御の構造を利用することにより, マニピュレータダイナミクスまで考慮した 3 次元相対位置姿勢制御問題の解を与えることが可能となった.

7 章では本研究のまとめを行う. また残された課題についてもコメントする.

1.4 記号

$\mathbf{Z}$	整数全体の集合
$\mathbf{R}$	実数全体の集合
$\mathbf{R}_+$	非負な実数全体の集合
$\mathbf{R}^n$	n 次元実ベクトル全体の集合
$\mathbf{R}^{m\times n}$	$m \times n$ 次元実行列全体の集合
$SO(n)$	n 次元の特殊直交行列 $\{R \in \mathbf{R}^{n\times n} \mid RR^T = I, \det R = +1\}$
$so(n)$	$n \times n$ の実歪み対称行列全体の集合 $\{\Omega \in \mathbf{R}^{n\times n} \mid \Omega^T = -\Omega\}$
$SE(n)$	n 次元ベクトル空間 $\mathbf{R}^n$ と $SO(n)$ との直積空間
$se(n)$	n 次元ベクトル空間 $\mathbf{R}^n$ と $so(n)$ との直積空間
$\lvert x\rvert$	スカラ x の絶対値
$\lVert x\rVert$	ベクトル x のユークリッドノルム
A^T	行列 A の転置行列
A^{-1}	行列 A の逆行列
$A^\dagger$	行列 A の疑似逆行列
$\mathrm{diag}(a_1, \ldots, a_n)$	a_1 から a_n までを対角要素にもつ正方対角行列
$\mathrm{diag}(A_1, \ldots, A_n)$	行列 A_1 から A_n までをブロック対角にもつ行列
$\lambda_M(A)$	対称行列 A の最大固有値
$\lambda_m(A)$	対称行列 A の最小固有値
$\sigma_M(A)$	行列 A の最大特異値
$\sigma_m(A)$	行列 A の最小特異値
$P > 0$	正定対称行列
$P \geq 0$	準正定対称行列
$\det$	行列式
tr	正方行列のトレース
$L_f V(x)$	$:= \frac{\partial V}{\partial x} f$
$\mathrm{sk}(A)$	$:= \frac{1}{2}(A - A^T)$
$\mathrm{sym}(A)$	$:= \frac{1}{2}(A + A^T)$

$a^\wedge$ ベクトル $a = [a_1\ a_2\ a_3]^T \in \mathbf{R}^3$ に対して,

$$a^\wedge := \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\hat{a}$ $a^\wedge$ と等価

$A^\vee$ $A = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \in so(3)$ に対して, $A^\vee := [a_1\ a_2\ a_3]^T$

L_q $q \in \{1, 2, \ldots\}$ それぞれに対して, 連続かつ
$\int_0^\infty \|f(t)\|^q dt < \infty$ な関数 $f : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}^n$ の集合

$\|f\|_2$ $f \in L_2$ に対して, $\|f\|_2^2 := \int_0^\infty \|f\|^2 dt$

L_∞ ユークリッドノルム有界な関数 $f : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}^n$ の集合

I 適当な次元の単位行列

0 適当な次元の零行列

$\mathcal{C}^1$ 一階微分が存在してそれが連続である関数

$\mathcal{C}^\infty$ 無限回の微分可能でそれが連続である関数

第 2章

準備

2.1 はじめに

ロボットマニピュレータの視覚フィードバック制御の解析や設計を行うためには, マニピュレータの動的モデルや視覚センサとしてのカメラの幾何モデルの導出が不可欠である. 本章ではとくにマニピュレータの動的モデルについてのいくつかの結果を紹介する.

マニピュレータの動的モデルは, 通常, 非線形な 2 階の常微分方程式で記述される. そのモデルの導出においてオイラーラグランジュ運動方程式と呼ばれる微分方程式を利用する. オイラーラグランジュ運動方程式を採用した理由としては,

1. 対象の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーのみを構成するだけで, そのモデルを導出できる. そのため慣性力, 遠心力, コリオリ力, 重力やその他の力をそれぞれ独立に計算する必要がない.
2. 非常に見通しのよい構造で記述できるために, マニピュレータの動的モデルのもつ構造的特徴をとらえやすく, 制御系の設計や解析に利用できる.
3. ロボットマニピュレータをはじめとした機械システムの制御に関する研究ではデファクトスタンダード 的な記述となっている.

などの特徴を持つためである.

ところでマニピュレータの動的モデルを含む非線形システムの解析法として, 本研究では消散システム理論に基づく方法を利用する. この解析法の特徴は, 非線形システム解析でもっとも標準的な方法であるリアプノフの安定論と密接に関連した議論が展開できるこ

とや, 外乱入力などに対するロバスト性を考慮した H_∞ 制御の導入が可能となることなどである. よって非線形微分方程式で記述される機械システムの解析に利用することでいままでにえられなかった新しい知見がえられることが期待される.

そこで本章では, 2.2 節においてマニピュレータモデルの紹介を行う. 2.3 節において消散システム理論の概要について述べる. 2.4 節にマニピュレータの軌道制御における受動性に基づく制御則の設計法を示す. この受動性に基づく制御は本研究での視覚フィードバック制御則の構成に非常に重要な役割を担う.

2.2 マニピュレータダイナミクスのモデル

マニピュレータをはじめとした機械システムの運動は, オイラーラグランジュ運動方程式で導出される.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q,\dot{q})\right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q,\dot{q}) = \tau \tag{2.1}$$

ここで $q = [q_1 \dots q_n]^T \in \mathbf{R}^n$ は n 次の一般化座標をあらわし, $\tau = [\tau_1 \dots \tau_n]^T \in \mathbf{R}^n$ は n 次の一般化力をあらわす. マニピュレータの場合は q は各関節に, τ は各関節の入力トルクに対応する. L はラグランジュアンと呼ばれ, $L(q,\dot{q}) := K(q,\dot{q}) - P(q)$ で定義される. $K(q,\dot{q})$ は運動エネルギーを, $P(q)$ はポテンシャルエネルギーをあらわす. 標準的に運動エネルギーは,

$$K(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q} \tag{2.2}$$

で表現される. ここで $M(q) \in \mathbf{R}^{n\times n}$ はすべての q に関して正定対称な慣性行列である.

$M(q)$ の (i,j) 要素を $m_{ij}(q)$ とすると, 運動エネルギー K は,

$$K(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\sum_{i,j} m_{ij}(q)\dot{q}_i\dot{q}_j \tag{2.3}$$

となる. よって

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) &= \sum_j m_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_j \frac{d}{dt}m_{kj}(q)\dot{q}_j \\ &= \sum_j m_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_{i,j}\frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i}\dot{q}_i\dot{q}_j\end{aligned}$$

$$= \sum_j m_{kj}(q)\ddot{q}_j + \frac{1}{2}\sum_{i,j}\{\frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j}\}\dot{q}_i\dot{q}_j$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = \frac{1}{2}\sum_{i,j}\frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k}\dot{q}_i\dot{q}_j - \frac{\partial P}{\partial q_k}$$

がえられる. オイラーラグランジュ運動方程式 (2.1) は,

$$\sum_j m_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk}(q)\dot{q}_i\dot{q}_j + \frac{\partial P}{\partial q_k}(q) = \tau_k, \quad k = 1 \ldots n$$

もしくは行列表現により

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \tag{2.4}$$

という等価な表現形式がえられる. ここで

$$g^T(q) = \frac{\partial P}{\partial q}(q) \tag{2.5}$$

であり, 行列 $C(q,\dot{q})$ の (k,j) 要素は,

$$c_{kj}(q,\dot{q}) = \sum_{i=1}^{n} c_{ijk}(q)\dot{q}_i \tag{2.6}$$

$$c_{ijk}(q) := \frac{1}{2}\{\frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k}\} \tag{2.7}$$

で与えられる. とくに $c_{ijk}(q)$ は *Christoffel symbols* と呼ばれる. 以下ではマニピュレータの運動方程式としては式 (2.4) の構造を利用する.

本研究で導出される制御則やその解析においては, 動的モデル (2.4) の数々の性質が重要な役割を果たす. 以下にその性質をまとめておく.

性質 2.1 慣性行列 $M(q)$ は正定対称行列として,

$$b_m I \leq M(q) \leq b_M I \tag{2.8}$$

を任意の q に対して満足する. ここで b_m, $b_M < \infty$ は q に無関係な正の定数である.

性質 2.2 行列 $\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})$ は, 任意の q, $\dot{q}$ に対して歪み対称な行列である.

性質 2.3 マニピュレータの運動方程式には

$$M(q)a + C(q,\dot{q})v + g(q) = Y(q,\dot{q},v,a)\rho \tag{2.9}$$

という記述形式が存在する. ここで a, v は n 次の任意の実数ベクトル, $Y(q, \dot{q}, v, a)$ はリグレッサと呼ばれる行列で, ρ は基底パラメータと呼ばれるマニピュレータの各リンクの質量, イナーシャや質点位置からなる定数ベクトルである.

性質 2.4 行列 $C(q, \dot{q})$ は, q に関して有界である. つまり, 任意の q, x に対して

$$\sigma_M(C(q, x)) \leq c_M \|x\| \tag{2.10}$$

を満足する q, x に無関係で有界な正の定数 c_M が存在する.

性質 2.5 $g(q)$ は q に関して有界である. つまり任意の q に関して

$$\|g(q)\| \leq g_M \tag{2.11}$$

を満足する q と無関係で有界な正の定数 g_M が存在する.

注意 2.1 性質 2.1, 2.4 および 2.5 の有界性に関する性質は, 機械システムの駆動部やマニピュレータの各関節が回転運動のみを行う場合で成立する. しかし直動関節が存在したとしても, その変位に制限があれば, その有界性は成立する.

注意 2.2 性質 2.2 は行列 $C(q, \dot{q})$ が式 (2.6) の形式で記述された場合のみ成立する. しかし式 (2.6) はどのような $M(q)$ に対しても計算は可能であり, かならず存在する.

注意 2.3 性質 2.3 はマニピュレータの動的モデルがパラメータに関して線形であると呼ばれている. この性質 2.3 は後程マニピュレータのパラメトリックな不確かさの表現において非常に重要な役割を果たす.

2.3 消散システム理論の概要

本節ではつぎのような u においてアフィンな非線形システム Σ を考える.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{2.12}$$

ここで $x \in \mathcal{X} \subset \mathbf{R}^n$ は状態, $u \in \mathbf{R}^m$ は入力, $y \in \mathbf{R}^p$ は出力, $f(x)$ は $\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ であるベクトル値関数, $g(x)$ は $\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^{n\times m}$ である行列値関数, $h(x)$ は $\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ であるベクトル値関数である. ここで供給率と呼ばれる関数として,

$$s : \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^p \to \mathbf{R} \tag{2.13}$$

を考える.

定義 2.1 システム Σ が供給率 s に関して消散的であるとは, 蓄積関数 $S : \mathcal{X} \to \mathbf{R}_+$ が存在する場合である. 正定関数 S が蓄積関数であるとは, すべての初期状態 $x(0)$ と時刻 $T \geq 0$, 入力 u に対して消散不等式

$$S(x(T)) \leq S(x(0)) + \int_0^T s(u(t), y(t))dt \tag{2.14}$$

を満足する場合である.

命題 2.1 蓄積関数 S が $\mathcal{C}^1$ 級関数ならば消散不等式はつぎの微分消散不等式と等価である.

$$L_f S + L_g S u \leq s(u(t), y(t)). \tag{2.15}$$

この消散性に関する定義を利用して, 非線形システム Σ に関する 2 つの性質が定義できる.

定義 2.2 供給率 $s(u, y) = u^T y$ に関して消散的ならば, システム Σ は “受動的である” という.

定義 2.3 ある $\gamma > 0$ を考える. 供給率 $s(u, y) = \frac{\gamma^2}{2}\|u\|^2 - \frac{1}{2}\|y\|^2$ に関して消散的ならば, システム Σ は “γ 以下の L_2 ゲインを有する” という.

ここで微分消散不等式 (2.15) において供給率 $s(u, y) = \frac{\gamma^2}{2}\|u\|^2 - \frac{1}{2}\|y\|^2$ が成立する条件を考察する. 微分消散不等式より, 任意の状態 x および u に関してつぎの不等式が導出される.

$$L_f S(x) + L_g S(x) u - \frac{\gamma^2}{2}\|u\|^2 + \frac{1}{2}\|y\|^2 \leq 0 \tag{2.16}$$

この式の左辺を平方完成により変形して,

$$L_f S + \frac{1}{2\gamma^2}(L_g S)(L_g S)^T + \frac{1}{2}h^T h - \frac{\gamma^2}{2}\|u - \frac{1}{\gamma^2}(L_g S)^T\|^2 \leq 0$$

となる. つまり左辺を最大化する入力は $u = \frac{1}{\gamma^2}(L_g S)^T$ で与えられ,

$$L_f S + \frac{1}{2\gamma^2}(L_g S)(L_g S)^T + \frac{1}{2}h^T h \leq 0 \tag{2.17}$$

を満足する正定関数 S が存在することが微分消散不等式の成立することの十分条件となる. 偏微分不等式 (2.17) はハミルトンヤコビ不等式と呼ばれ, 最適制御の研究では非常に重要な式である.

一般に非線形最適制御問題をとくためには, ハミルトンヤコビ不等式をとくことが要求される. しかしハミルトンヤコビ不等式を解析的にとくことは非常に困難であり, 現実的には近似解を計算することになる. 本研究ではハミルトンヤコビ不等式をとくことはせずに, 視覚フィードバック制御システムにあらわれる非線形性に注目して, 消散不等式 (2.14) や (2.15) の解を直接構成することを考えていく. しかしハミルトンヤコビ不等式の平方完成による導出方法は本研究を進めていく上で参考になるため簡単に前述した.

2.4 受動性に基づくマニピュレータ制御

本節ではマニピュレータの制御法で近年非常に注目を浴びている受動性に基づく制御について紹介する. オイラーラグランジュ方程式のハミルトニアン構造を陽に利用して設計法を与える方法である. この制御手法は本研究での視覚フィードバック制御則の構成の基礎を与えている.

定理 2.1 つぎの微分方程式を考える.

$$M(q)\dot{s} + C(q,\dot{q})s + Ks = \nu \tag{2.18}$$

ここで q は時間関数で微分可能なパラメータベクトル, s はこの微分方程式の解となるベクトル, $M(q)$ は任意の q に関して正定な行列, $C(q,\dot{q})$ は性質 2.2 を満足する行列, K は正定対称行列である. また ν はシステム ψ の出力とする. この ψ は $-s \to \nu$ において正定関数 V_ψ に関して受動的なシステムと仮定する. 最後にシステム (2.18) の出力として s を考え, カスケードにつぎの線形システムを付加する.

$$e = Fs \tag{2.19}$$

ここで F は厳密にプロパーかつ安定な線形作用素の伝達関数でその状態を x_e としておく. 以上のシステムのブロック線図は図 2.1 に示す.

以上の仮定が成立するならば, $e \in L_2 \cap L_\infty$ が成立する. 加えて ψ が有界ならば, s と x_e はゼロへ漸近的に収束する.

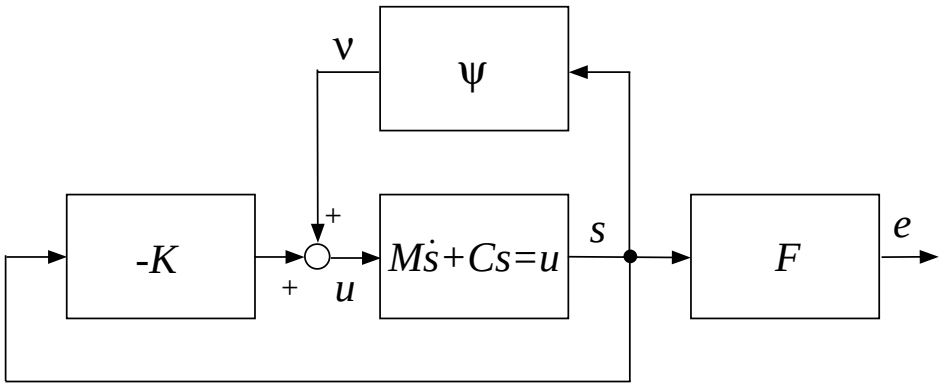

図 2.1: Block diagram of the passivity based control

証明： つぎの正定関数を考える.

$$V = \frac{1}{2} s^T M(q) s + V_\psi \tag{2.20}$$

ここで受動性の定義 2.2 より, 消散不等式

$$\int_0^t -s^T \nu d\tau \geq V_\psi(t) - V_\psi(0)$$

が成立することに注意して, V の時間微分を式 (2.18) の解軌道に沿って計算すると,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T M(q) \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{M}(q) s - s^T \nu \\ &\leq -s^T K s + s^T (\frac{1}{2} \dot{M} - C) s \\ &= -s^T K s \end{aligned}$$

最後の変形には $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ の歪対称性を利用した. つまり V は有界な関数であるから $s \in L_\infty$ である. また $\dot{V}$ を再度 0 から T まで積分すると,

$$-V(0) \leq V(T) - V(0) \leq \int_0^T -s^T K s dt$$

となり, 任意の T に関して,

$$\int_0^T \|s\|^2 dt \leq \frac{V(0)}{\lambda_M(K)} < \infty \tag{2.21}$$

より $s \in L_2$ でもある．ここで文献 [22] などより, 厳密にプロパーかつ安定なシステム F への入力 s が $L_\infty \cap L_2$ に属するならばその出力 e は, $e \in L_\infty \cap L_2$ かつ $e \to 0$ であり, $\dot{e} \in L_\infty \cap L_2$ が成立する．そのうえ ν が有界ならば $\dot{s}$ の有界性すなわち s の一様連続性が保証されるので, $s \to 0$ が達成できる．$s \to 0$ ならば F の安定性から $x_e \to 0$ が達成できる．(Q.E.D.)

この定理はフィードバック制御則 $-Ks$ を利用することで, オイラーラグランジュダイナミクスからなる式 (2.18) とそれと直列に付加された線形ダイナミクス (2.19) の状態が, 受動性を満足する非線形の不確かさ ψ に関わらず 0 へ収束することを保証する, 1 種のロバスト安定性を示している．本研究では定理 2.1 の拡張をはかり, 座標変換に基づいたカメラモデルの非線形性やさまざまな外乱に対する減衰特性を保証する視覚フィードバック制御則の導出がひとつの目的となる．

2.5 おわりに

本章ではマニピュレータダイナミクスを考慮した視覚フィードバック制御の基礎となる事柄を列挙した．はじめにオイラーラグランジュ運動方程式から導出されるマニピュレータダイナミクスを明示して, その性質を紹介した．そして非線形システムを取り扱うための道具として消散システム理論の概要を示した．最後に従来のマニピュレータ制御で近年注目を浴びている受動性に基づく制御手法の基礎となる定理を示した．

本章では証明なしに定理や性質を列挙している．そこで参考文献を紹介しておく．マニピュレータダイナミクスに関しては文献 [14] が詳しい．文献 [6] や [47] も役に立つ．消散システム理論に関しては文献 [66] やその参考文献を参照するとよい．またマニピュレータの受動性に基づく制御で基礎となる定理 2.1 は文献 [57] が最初であるが, [14] がわかりやすい．

第 3章

2次元視覚フィードバックシステムの安定性

3.1 はじめに

本章では2次元平面のみに運動が拘束された2自由度平面マニピュレータの視覚フィードバック制御問題を取り扱う. 観測対象点を固定してその点とカメラの中心位置を一致させる問題を取り扱う. これらの仮定は, 限定された条件となるが,

1. 組立作業や溶接作業などカメラとマニピュレータを利用した産業応用では平面の位置決めが非常に重要となる.
2. 問題を簡単化することにより, 本質的な問題はなにかをとらえやすくし, かつ解決策立案の見通しもよくなる.

などの理由により, 平面かつ静止対象の仮定のもとで視覚フィードバック制御を考えることは重要である. もちろんこの仮定は章をすすめていくことではずされていく.

平面マニピュレータの視覚フィードバック制御において, マニピュレータのダイナミクスまで考慮し安定性を解析する研究には, 宮崎らの研究 [49] や Kelly の結果 [38] がある. これらの研究は固定カメラ方式により, 対象とマニピュレータの手先の相対位置を観測して, その情報をフィードバックすることで相対位置を目標に一致させるシステムを扱っている. その証明はリアプノフの安定定理に基づいており, マニピュレータダイナミクスやカメラの焦点距離などのパラメータを直接利用することなく制御則を構成している. その

ため, パラメータの不確かさに対してロバスト性を期待できることや制御則が簡単な構造となるなどの特徴を有している. しかし, 本研究で扱っていくアイインハンド構造の視覚フィードバックシステムに対しては直接適用することは困難である. なぜなら固定カメラはその位置姿勢が変化しないことを前提にして解析しているのに対して, アイインハンド構造ではカメラの位置姿勢が大きく変化してしまうからである.

本章では, アイインハンド構造の平面 2 自由度マニピュレータの視覚フィードバック制御の安定性の解析を考察する. とくにカメラのモデルを与えている回転変換の特徴を利用することで, カメラの姿勢変化が存在しても安定性を保証する視覚フィードバック制御則を構成するとが可能となった. またマニピュレータの関節の制御問題で注目を浴びている受動性に基づく制御の結果を拡張した方法を安定性の証明の際に利用した. これにより固定カメラ構造の視覚フィードバック制御の特徴であったカメラモデルの不確かさに対するロバスト性をアイインハンド構造でも期待できる制御則が構成可能である. 最後に実機によりその特徴を確認する.

本章の構成は, 3.2 節でカメラモデルと取り扱う視覚フィードバック制御問題の定式化を行う. 3.3 節では視覚フィードバック制御則の提案とその安定性解析に利用するリアプノフ関数を示す. 3.4 節では実験例について示し, カメラのパラメータに関するロバスト性を確認する.

3.2 問題設定

図 3.1 で与えられるような座標系 $\Sigma_w = \{X_w\ Y_w\ Z_w\}$, に固定された 2 自由度平面マニピュレータを考える. 平面マニピュレータの運動は X_w–Y_w 平面に拘束されており, 式 (2.4) の微分方程式にしたがう. またマニピュレータの手先にはカメラが取り付けられており, そのカメラにはカメラ座標系 $\Sigma_c = \{X_c\ Y_c\ Z_c\}$ が定義されている. Z_c はカメラの光軸であり, その方向は Z_w 軸の方向と一致している. カメラの画像面上の座標系は $\Sigma_i = \{X_i\ Y_i\}$ で定義され, その原点は光軸と画像面との交点とする. X_i–Y_i 平面は X_c–Y_c 平面と平行であるとして, その間の距離は焦点距離 $\lambda > 0$ である.

目標とする対象点は座標系 Σ_w において $[x_{wo}\ y_{wo}\ z_{wo}]^T$ に固定されている. ここで $p_{wo} := [x_{wo}\ y_{wo}]^T \in \mathbf{R}^2$ とする. またカメラ座標系は平面マニピュレータの仮定から, $X_w - Y_w$ における Σ_c の原点座標 $p_{wc} \in \mathbf{R}^2$ と z_w 方向の姿勢 $\theta_{wc} \in \mathbf{R}$ を与えれば, その位置姿勢が完

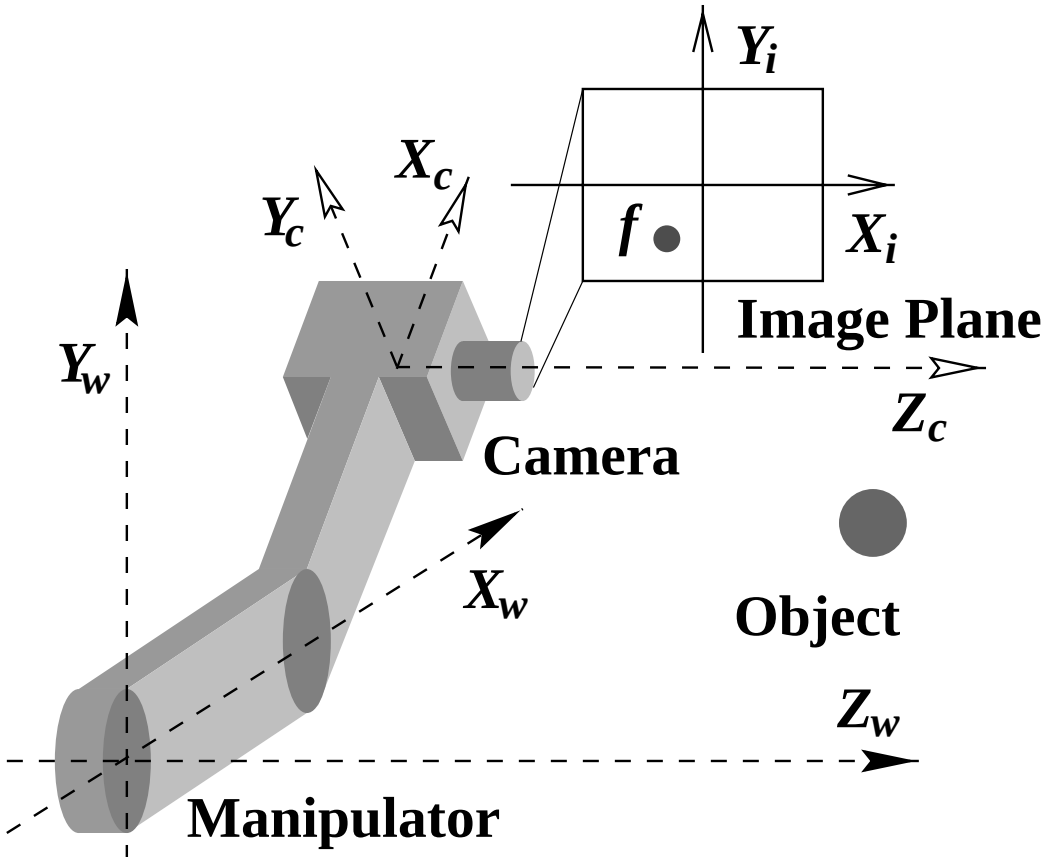

図 3.1: Visual Feedback System of Planar Manipulator

全に記述できる. アイインハンド構造の仮定からそれらは関節角度 $q \in \mathbf{R}^2$ の関数 $p_{wc}(q)$, $\theta_{wc}(q)$ で与えられ, $p_{wc}(q)$ に対して,

$$J_p(q) := \frac{\partial p_{wc}}{\partial q}(q) \tag{3.1}$$

となるヤコビアン $J_p(q) \in \mathbf{R}^{2\times 2}$ を定義しておく. あきらかに $\dot{p}_{wc} = J_p(q)\dot{q}$ である.

カメラ座標 Σ_c における対象点の $X_c - Y_c$ 平面上の位置 p_{co} は剛体の変換により,

$$p_{co} \;=\; R^T(\theta_{wc})(p_{wo} - p_{wc}) \tag{3.2}$$

となる. ここで任意のスカラー値 $a \in \mathbf{R}$ に対して $R : \mathbf{R} \to SO(2)$ として

$$\begin{bmatrix} R(a) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} := e^{([0\ 0\ a]^T)^\wedge} \tag{3.3}$$

と定義する. この座標変換を利用すると, 透視変換を通じて対象点の画像面 Σ_i における座標 $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ は

$$f(q) = \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}(q))(p_{wo} - p_{wc}(q)) \tag{3.4}$$

で与えられる [29]. ここで $s \in \mathbf{R}$ は CCD カメラの 1 画素あたりの長さの逆数 [pixels/m] を与える正の値のスケーリングパラメータである. 対象は静止している, つまり $\dot{p}_{wo} = 0$, $\dot{z}_{wo} = 0$ の仮定から f の時間微分を計算すると,

$$\begin{aligned}\dot{f} &= -\frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T \dot{p}_{wc} + \frac{s\lambda}{z_{wo}} \dot{R}^T (p_{wo} - p_{wc}) \\ &= -\frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T \dot{p}_{wc} - \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T \dot{R} R^T (p_{wo} - p_{wc})\end{aligned}$$

式 (3.4) を代入すると,

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}(q)) J_p(q)\dot{q} - R^T(\theta_{wc})\dot{R}(\theta_{wc}) f \tag{3.5}$$

となる. ここで $R^T(\theta_{wc})\dot{R}(\theta_{wc})$ は $so(2)$ の元, つまり歪み対称行列であることに注意しておく.

制御目的は, 視覚情報および関節角度, 関節角速度をフィードバックすることでマニピュレータの手先位置 p_{wc} を静止した対象の位置 p_{wo} に一致させることとする. すなわち,

$$\begin{aligned} p_{wc} - p_{wo} &\to 0, \\ \dot{p}_{wc} - \dot{p}_{wo} &\to 0, \end{aligned}$$

を $t \to \infty$ で達成させることを目標とする.

カメラモデル (3.4) の係数 $\frac{s\lambda}{z_{wo}}$ が正のスカラであることから,

$$\lim_{t\to\infty} f = 0 \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty} (p_{wc} - p_{wo}) = 0$$

となる. またマニピュレータの動作範囲 Q を次のように仮定する.

仮定 3.1 $f = 0$ を達成するマニピュレータ姿勢は動作範囲 Q に存在し, かつすべての $q \in Q$ に対して $J_p(q)$ は正則である.

$f=0$ を達成する姿勢が動作範囲内に存在しなければ, 視覚フィードバック制御問題を解くことはできない. また $J_p(q)$ の正則性と逆関数定理により, 写像 $f(q)$ が上への1対1写像となることを保証するものである. このヤコビアン J_p の正則性と観測対象点は運動しない仮定により

$$\lim_{t\to\infty}(\dot{p}_{wc}-\dot{p}_{wo})=0 \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty} J_p(q)\dot{q}=0 \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty}\dot{q}=0 \tag{3.6}$$

となる. よって, 視覚フィードバック制御問題はつぎのように定式化できる.

視覚フィードバック制御問題: 図 3.1 のアイインハンド構造の 2 自由度平面マニピュレータに対して $t\to\infty$ としたときに,

$$f(q)\to 0 \tag{3.7}$$

$$\dot{q}\to 0 \tag{3.8}$$

を達成する制御入力 τ を求めよ.

3.3　リアプノフの安定論に基づく制御則

本節ではリアプノフの安定定理に基づく視覚フィードバック制御則を提案する. ここではオイラーラグランジュ運動方程式の性質 2.1, 2.2 とカメラモデルの性質である $R^T\dot{R}$ の歪み対称性を有効に利用した制御則を提案する.

つぎのような制御則を考える.

$$\tau=k_pJ_p^T(q)R(\theta_{wc})f-K_v\dot{q}+g(q) \tag{3.9}$$

ここで $k_p\in\mathbf{R}$ は正の数, $K_v\in\mathbf{R}^{2\times 2}$ は正定関数, $g(q)$ はマニピュレータのダイナミカルモデル (2.4) の重力項である. 以上の制御則をもちいてつぎの定理が導出できる.

定理 3.1 制御則 (3.9) とマニピュレータモデル (2.4), カメラモデル (3.5) のつくる閉ループ系において, 平衡点 $f=0,\ \dot{q}=0$ は漸近安定である.

証明： 制御則 (3.9) をマニピュレータモデル (2.4) に代入して閉ループ系を計算すると,

$$\begin{aligned} M\ddot{q} &= -(C+K_v)\dot{q}+k_pJ_p^TR(\theta_{wc})f \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda}{z_{wo}}R^T(\theta_{wc})J_p\dot{q}-R^T(\theta_{wc})\dot{R}(\theta_{wc})f \end{aligned} \tag{3.10}$$

となる. J_pが正則である仮定のもとでは平衡点は $[f^T\ \dot{q}^T]^T = 0$で与えられる. リアプノフ関数候補として

$$V(f, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q} + \frac{k_p z_{wo}}{2s\lambda}\|f\|^2 \tag{3.11}$$

を考える. $M(q) > 0$とカメラパラメータ $\frac{s\lambda}{z_{wo}} > 0$, $k_p > 0$などから, $V \geq 0$であり等号が成立するのは $f = 0$かつ $\dot{q} = 0$のときのみである. 関数Vを時間微分すると,

$$\dot{V} = \dot{q}^T M\ddot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T\dot{M}\dot{q} + \frac{k_p z_{wo}}{s\lambda} f^T\dot{f}$$

がえられる. この時間微分に式 (3.10) を代入し, 解軌道に沿った微分を計算すると,

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \dot{q}^T(-C\dot{q} - K_v\dot{q} + k_p J_p^T Rf) + \frac{1}{2}\dot{q}^T\dot{M}\dot{q} - \frac{k_p z_{wo}}{s\lambda} f^T(\frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T J_p\dot{q} + R^T\dot{R}f) \\
&= -\dot{q}^T K_v\dot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T(\dot{M} - 2C)\dot{q} + k_p\dot{q}^T J_p^T Rf - k_p\dot{q}^T J_p^T Rf - \frac{k_p z_{wo}}{s\lambda} f^T R^T\dot{R}f \\
&= -\dot{q}^T K_v\dot{q} \leq 0
\end{aligned} \tag{3.12}$$

となる. 最後の変形には性質 2.2 の $\dot{M} - 2C$ の歪み対称性と回転行列の性質である $R^T\dot{R}$ の歪み対称性を利用した. $\dot{V} = 0$ とする状態の集合 Ω は,

$$\Omega = \{[f^T\ \dot{q}^T]^T | \dot{q} = 0\} \tag{3.13}$$

である. この Ω 内の最大不変集合 M は, 式 (3.10) を考えると,

$$M = \{[f^T\ \dot{q}^T]^T | J_p^T Rf = 0, \dot{q} = 0\} \tag{3.14}$$

である. J_p の正則性を仮定しているので $J_p^T Rf = 0$ と $f = 0$ は等価である. よってラサールの定理より, 平衡点 $[f^T\ \dot{q}^T]^T = 0$が漸近安定となる.

(Q. E. D.)

注意 3.1 制御則 (3.9) の特徴は, カメラパラメータ, つまり焦点距離 λ, ピクセル長 s などを用いなくても, アイインハンド 構造での視覚フィードバック制御を達成できることにある. つまり, カメラパラメータの厳密な同定を必要としないロバストな制御則になっている.

3.4 実験例

前節で導出した制御則の性能などを確認するために実機を利用した実験を行ったのでその結果を示す.

3.4.1　実験環境

実験装置については付録 C 章に説明した．ここでは対象の位置や設定したゲインについて説明する．対象点の位置は公称値として $p_{wo1} = [0.90\ 1.10]^T$[m], $z_{wo1} = 1.86$ [m] とする．とくにパラメータ[1] $\frac{s\lambda}{z_{wo}}$ に関するロバスト性を確認するために奥行きを変化させた $p_{wo2} = [0.90\ 1.10]^T$[m], $z_{wo2} = 2.80$ [m] とした場合についての比較実験を行った．z_{wo1} の場合は $\frac{s\lambda}{z_{wo1}} = 1172$ となるのに対して z_{wo2} の場合は $\frac{s\lambda}{z_{wo2}} = 779$ となる．

カメラつまりマニピュレータの初期位置は $p_{wc}(0) = [0.69\ 1.00]^T$[m], 初期姿勢は $\theta_{wc} = 0.0$(rad) とする．ゲイン k_p と K_v は z_{wo1} の場合に良好な応答特性がえられるように試行錯誤的に決定した結果

$$k_p = 0.5$$

$$K_v = 45.0I$$

をえた．もちろん z_{wo2} の場合については同じゲインを利用して実験した．

3.4.2　実験結果

図 3.2 に z_{wo1} の場合の画像面上の点像位置の時間応答を示す．上の図が X_i 方向の応答で下が Y_i 方向の応答である．z_{wo2} の場合については図 3.3 に示す．

画像面上の点像位置の 0 への収束が確認できた．奥行きを変化させた場合も点像位置は 0 へ漸近的に収束していることが確認できる．よってカメラのパラメータに関するロバスト性を本実験は示している．

3.5　おわりに

本章では 2 自由度平面マニピュレータを利用した視覚フィードバックシステムに対して, 観測点が静止している仮定のもとでマニピュレータの手先位置と対象点の位置を一致させる問題を扱った．リアプノフの安定定理に基づいて議論することで, 手先位置と点の位置を一致させる視覚フィードバック制御を構成できた．なおその上, 座標変換の性質を利用

[1] 実験に利用したカメラについては付録 C 章の 2.1 参照.

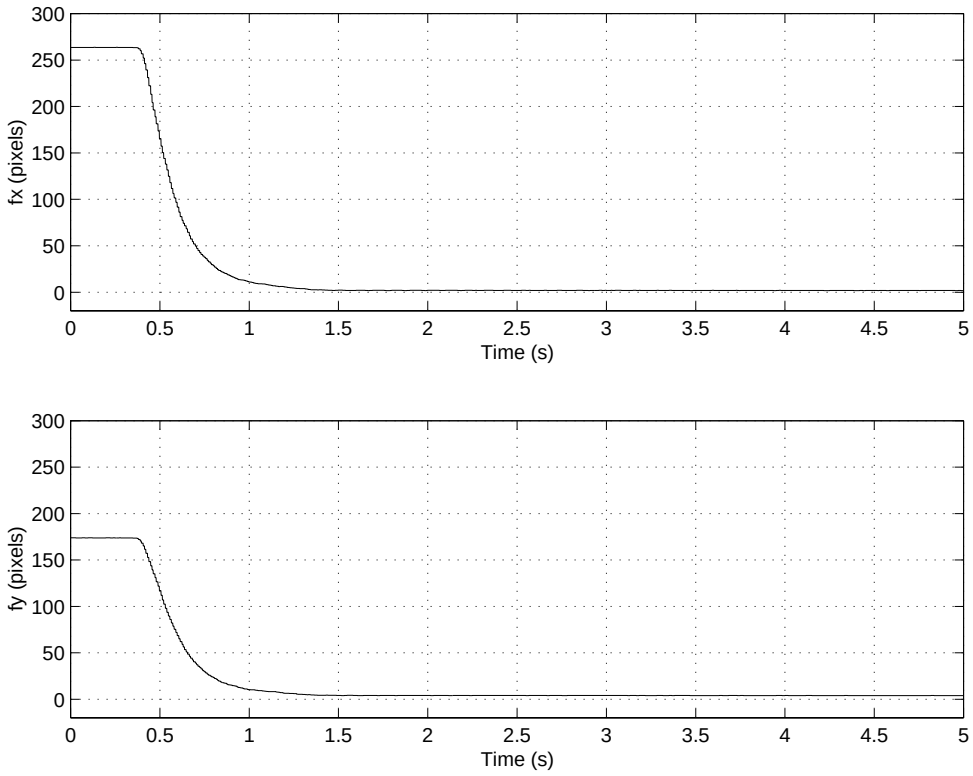

図 3.2: Time Responces of Image Feature Point (z_{wo1} case)

してリアプノフ関数を構成することでカメラパラメータに関してロバストな制御則を導出し, 実験的にも確認できた.

なお本章で扱った制御則とその解析法に関していくつかの発展的研究も行われていることをコメントしておく. まず平衡点への収束の速度に関しては, 本章で利用したラサールの定理では議論することはできないが, リアプノフ関数 (3.11) に対して交差項を付加し, 厳密なリアプノフ関数を構成することで指数安定性を示した研究がある [25]. また交差項を付加した厳密なリアプノフ関数を利用して重力補償部に存在する不確かさに対してロバストな制御則の構成も行われている. また冗長なマニピュレータによる視覚フィードバック制御において, 吉川らが提案した可操作度を取り入れ, その可操作度も同時に最適にする制御則も文献 [26] で提案している. 最後に近年有本により提案された比例部に飽和要素を持たせた SP-D 制御則が提案されてるが, 視覚フィードバック制御にもその SP-D 制御則を構成した結果も文献 [44] などで提案している.

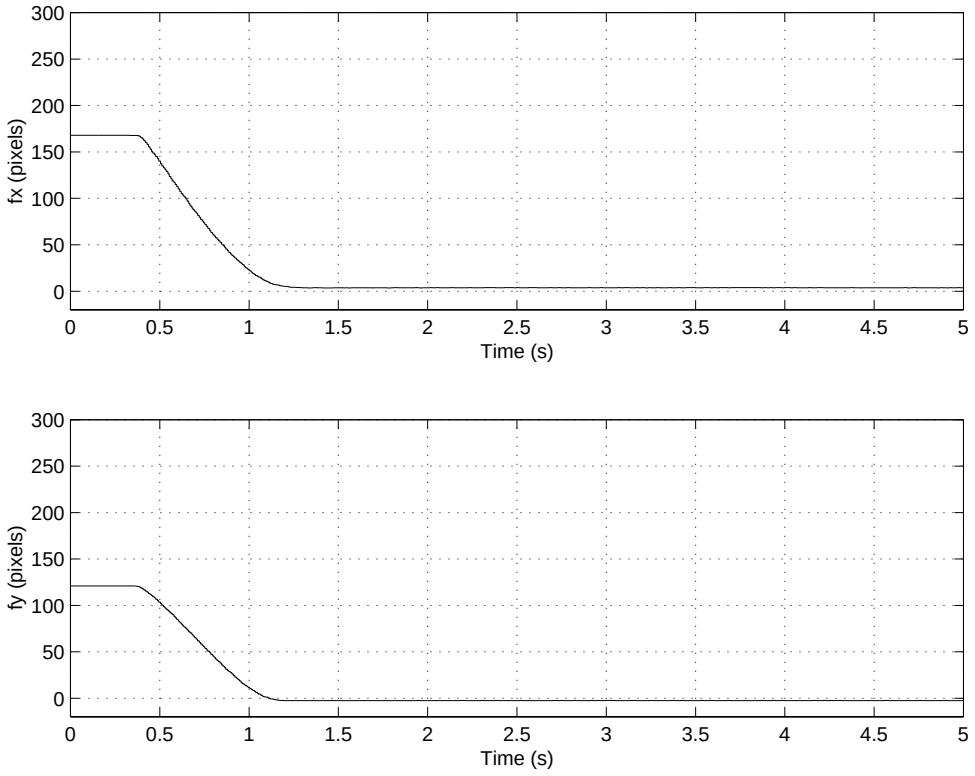

図 3.3: Time Responces of Image Feature Point (z_{wo2} case)

第 4章

2次元視覚フィードバックシステムのL_2ゲイン制御性能解析

4.1 はじめに

H_∞ 制御問題とは, L_2 ゲインを利用して外乱が存在する動的システムを解析し, フィードバック制御則などを設計する問題である. 線形システムに対しては H_∞ 制御問題の解がリッカチ方程式を利用して与えられ [21], 多くの応用研究がなされている. 近年になり H_∞ 制御問題は非線形システムへ拡張され, さまざまなアプローチでその解が与えられている ([66] とその参考文献を参照). 非線形システムの H_∞ 制御問題を解くために重要となるのは, ハミルトンヤコビ不等式と呼ばれる偏微分不等式である. しかしハミルトンヤコビ不等式の解を一般的な非線形システムに対して解析的に計算することは困難であり, 現実問題へ応用する研究がほとんど行われていないことが最大の問題である.

最近ではオイラーラグランジュ運動方程式に基づいてモデル化されたマニピュレータの関節空間における制御問題に関しては, ハミルトンヤコビ不等式の解を直接構成するという方法により, その L_2 ゲイン準最適性を満足する制御則の構成が研究されてきている [7][9][70].

そこで本章では 3 章でモデル化した平面 2 自由度マニピュレータの視覚フィードバックシステムに対して, 制御則の性能を L_2 ゲインを利用して解析することを行う. とくに観測対象が未知な運動を行うとし, その運動を視覚フィードバックシステムへの外乱入力とみなす. これにより 3 章で仮定していた「観測対象は静止していなくてはならない」という

条件をはずすことが可能となる. また本章ではハミルトンヤコビ不等式の解を直接構成するのではなく, ハミルトンヤコビ不等式が導出される元になった消散システム理論を適用して, L_2 ゲイン解析を行うことを提案する. これにより, 解析の際に 3 章でのリアプノフ関数を拡張して利用することが可能となり, マニピュレータやカメラモデルのもつ特徴を陽に利用することが可能となった.

本章の構成は, はじめに静止対象の仮定をはずした場合の視覚フィードバックシステムのモデルを導出し, つぎに L_2 ゲインを性能指標にした視覚フィードバック制御問題を明示する. 4.3 節ではマニピュレータダイナミクスを利用した視覚フィードバック制御則の構成を行い, 内部安定性と L_2 ゲイン制御性能解析を行う. 最後に実験を行い, L_2 ゲインを性能指標として制御系解析を行う妥当性について確認する.

4.2　問題設定

4.2.1　視覚フィードバックシステムモデルの再構築

本章で利用する視覚フィードバックシステムは, 基本的には 3 章のものを利用する. そのうち観測対象が静止しているという仮定を, $X_w - Y_w$ 平面に平行な平面上において未知な運動を行うと仮定する. つまり $\dot{p}_{wo} = 0$ の仮定を $\dot{p}_{wo} = b(t) \in L_2$ である未知信号に置き換える. これにより式 (3.4)

$$f(q) = \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}(q))(p_{wo} - p_{wc}(q))$$

を時間微分すると,

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}) J_p \dot{q} - R^T(\theta_{wc}) \dot{R}(\theta_{wc}) f + \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}) b \tag{4.1}$$

となる. 式 (3.5) と異なるところは右辺 3 項目が付加されたところである.

マニピュレータダイナミクス (2.4) に対しても, 摩擦などのモデル化されない動特性や外乱トルクなどから生じる未知な外乱信号 $d(t) \in L_2$ を付加して,

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + d \tag{4.2}$$

とする. よって視覚フィードバックシステムのモデルは,

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + d \tag{4.3}$$

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}) J_p \dot{q} - R^T(\theta_{wc}) \dot{R}(\theta_{wc}) f + \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}) b \tag{4.4}$$

の二つの微分方程式で記述される.

4.2.2 H_∞ 視覚フィードバック制御問題

制御する目的は 3 章の場合と同様に p_{wo} と p_{wc} との差をできるだけ小さくする, つまり f を 0 へ近づけることを考える. しかし未知の外乱入力 $r := [d^T \ b^T]^T$ が存在する非線形システムに対してはもはや漸近安定性を議論することは不可能である. よって新しい制御目標を導入する必要がある. そこで外乱入力 r から制御目標 $z = [\xi^T \ f^T]^T$ への L_2 ゲインを評価関数にして外乱減衰問題を設定することを考える. ここで $\xi := \dot{q} - \alpha J_p^T R f$ で α は正のスカラとする.

H_∞ 視覚フィードバック制御問題： 定数 $\gamma > 0$ が与えられている. つぎの 2 つの制御目標を達成する H_∞ 視覚フィードバック制御則 τ を決定せよ.

1. 外乱 $r = 0$ のとき, $f = 0$, $\dot{q} = 0$ が漸近安定な平衡点となる.
2. 任意の外乱 $r \in L_2$ に対して, r から z へのシステムが γ 以下の L_2 ゲインを有する.

γ 以下の L_2 ゲインを有することの定義は, 2.3 節の議論から, つぎの消散不等式

$$V(T) \leq V(0) + \frac{1}{2} \int_0^T (\gamma^2 \|r\|^2 - \|z\|^2) dt \tag{4.5}$$

を満足する正定関数 V が存在することである. よって制御目標 (2) は正定関数 V を構成する問題に置き換えられる. 制御目標 (4.5) が達成されるならば, V の正定性より, $T \to \infty$ で

$$\|z\|_2^2 \leq \gamma^2 \|r\|_2^2 + 2V(0) \tag{4.6}$$

が成立する. L_2 ノルム $\|\cdot\|_2$ はその信号のエネルギーをあらわすことから, γ を十分に小さくすることができるならば, 出力 z のエネルギーを抑えることができる. これにより任意の外乱に対しても z の大きさを小さくすることが可能となる.

4.3 視覚フィードバックシステムの制御性能解析

4.3.1 H_∞ 視覚フィードバック制御則の提案

H_∞ 視覚フィードバック制御則の解の候補として,

$$\tau = -K_1\xi + k_2 J_p^T Rf + \alpha(M(q)\frac{d}{dt}(J_p^T Rf) + C(q,\dot{q})J_p^T f) + g(q) \tag{4.7}$$

を考える. ここで K_1 は正定対称行列, $k_2 \in \mathbf{R}$ である正の定数とする. はじめに制御則 (4.7) の構造を導出した過程を示しておく. まずカメラの微分モデル (4.1) において $b = 0$ とし, 入力を $\dot{q}$ としたつぎのシステムを考える.

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(\theta_{wc}) J_p \dot{q} - R^T(\theta_{wc})\dot{R}(\theta_{wc}) f \tag{4.8}$$

このとき $f = 0$ を漸近安定な平衡点とする制御則は,

$$\dot{q}_d = \alpha J_p^T Rf \tag{4.9}$$

で与えられる. そのときのリアプノフ関数 V_c は,

$$V_c = \frac{1}{2}\|f\|^2 \tag{4.10}$$

となる. $\dot{q} = \dot{q}_d$ を式 (4.8) に代入して, その解軌道に沿って V_c を時間微分すると,

$$\dot{V}_c = -\frac{\alpha s\lambda}{z_{wo}} f^T R^T J_p J_p^T Rf$$

となり, J_p の正則性から, $f = 0$ の漸近安定性を証明できる.

つぎにマニピュレータダイナミクスに対して $\dot{q}_d$ を発生させるために必要なトルク

$$\tau_{ff} = M(q)\frac{d}{dt}\dot{q}_d + C(q,\dot{q})\dot{q}_d + g(q) = \alpha(M(q)\frac{d}{dt}(J_p^T Rf) + C(q,\dot{q})J_p^T Rf) + g(q)$$

をフィードフォワード的にマニピュレータの駆動トルクとして入力する. 最後に系全体 (4.4) を $r = 0$ のときに $[f^T\ \dot{q}^T]^T = 0$ において漸近安定となるようにフィードバック制御部 $-K_1\xi + k_2 J_p^T Rf$ を加えることで式 (4.7) が導出できる.

4.3.2 H_∞ 視覚フィードバック制御則の内部安定性

本節では提案する制御則 (4.7) が制御目標 (1) を達成していることを示す.

定理 4.1 $r=0$ とする. K_1 が正定対称行列, k_2, α が正の数であるならば, 式 (4.4) と (4.7) からなる閉ループ系は漸近安定な平衡点 $[f^T\ \xi^T]^T=0$ をもつ.

証明： $r=0$ の場合, 式 (4.4) と (4.7) からなる閉ループ系は

$$\begin{aligned} M\dot{\xi} &= -C\xi - K_1\xi + k_2 J_p^T R f \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}} R^T J_p J_p^T R f - \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T J_p \xi - R^T \dot{R} f \end{aligned} \tag{4.11}$$

となる. このとき $[f^T\ \xi^T]^T=0$ が唯一の平衡点であることは明らかである. リアプノフ関数候補として,

$$V = \frac{1}{2}\xi^T M \xi + \frac{k_2 z_{wo}}{2s\lambda}\|f\|^2 \tag{4.12}$$

を考える. V を閉ループ系の解軌道に沿って時間微分すると,

$$\begin{aligned} \dot{V} =& \xi^T(-C\xi - K_1\xi + k_2 J_p^T R f) + \frac{1}{2s}\xi^T \dot{M}\xi + k_2 f^T(-\alpha R^T J_p J_p^T R f - R^T J_p \xi \\ & -\frac{z_{wo}}{s\lambda} R^T \dot{R} f) \\ =& -\xi^T K_1 \xi - k_2\alpha f^T (R^T J_p J_p^T R) f + \frac{1}{2}\xi^T(\dot{M} - 2C)\xi - \frac{k_2 z_{wo}}{s\lambda} f R^T \dot{R} f \\ =& -\xi^T K_1 \xi - k_2\alpha f^T (R^T J_p J_p^T R) f \end{aligned}$$

がえられる. ここで最後の変形には $\dot{M}-2C$ および $R^T\dot{R}$ の歪み対称性を利用していることに注意して欲しい. J_p が正則行列ならば, $R^T J_p J_p^T R > 0$ である. また定理の仮定より $K_1 > 0$ が成立する. つまり $\dot{V}$ の負定性が成立する. よって任意の q に対して $[f^T\ \xi^T]^T=0$ は漸近安定な平衡点である.

(Q.E.D.)

J_p の正則性から, $[f^T\ \xi^T]^T=0$ と $[f^T\ \dot{q}^T]^T=0$ は等価である. よってつぎの命題が導出できる.

命題 4.1 閉ループ系 (4.11) は, 漸近安定な平衡点 $[f^T\ \dot{q}^T]^T=0$ を有する.

証明： 前述の議論よりあきらか.

(Q.E.D.)

定理 4.1 の証明においてリアプノフ関数 V の時間微分が $[f^T\ \xi^T]^T$ の 2 次形式で与えられることから, つきの命題が導出できる.

命題 4.2 システム (4.11) の解 $x(t) := [f^T(t)\ \xi^T(t)]^T$ のノルムは 0 へ指数関数的に収束する.

証明： 行列 M に関する性質 2.1 から q によらない有界な正の数 b_{11}, b_{12} が存在して

$$b_{11}\|x\|^2 \leq V \leq b_{12}\|x\|^2$$

を満足する. また J_p の正則性からやはり q によらない有界な正の数 b_2 が存在して

$$\dot{V} \leq -b_2\|x\|^2$$

が成立する. よって

$$\frac{\dot{V}}{V} \leq -\frac{b_2}{b_{11}} = -\eta$$

を満足する有界な正の数 η が存在する. この両辺を積分すると,

$$V(t) \leq V(0)\exp(-\eta t) \tag{4.13}$$

が導出できる. よって,

$$\|x(t)\|^2 \leq \frac{b_{12}}{b_{11}}\|x(0)\|^2\exp(-\eta t)$$

となる. 両辺の平方根をとることで証明完了

(Q.E.D.)

注意 4.1 3節で扱った制御則

$$\tau = k_p J_p^T R f - K_v\dot{q} + g(q)$$

に対しても内部安定性は保証できる. しかし, 証明の最後においてラサールの定理を利用するため, 指数安定性を証明することは困難である. しかし, 本章で利用した制御則は指数安定まで容易に証明することが可能な制御則となっている.

提案する制御則 (4.7) が視覚フィードバックシステムを内部安定にすることを示した. しかし制御ゲインとしては正定性さえ満足していればよいという結果であり, その選択には自由度がある. そこで L_2 ゲイン性能を満足するためのゲイン条件を次節では導出する.

4.3.3 L_2ゲインによる制御性能解析

本節では制御目標 (2) の条件を満足するための制御則 (4.7) のゲインの条件を導出する. 視覚フィードバックシステム (4.4) と制御則 (4.7) からなる閉ループ系は,

$$\begin{aligned} M\dot{\xi} &= -C\xi - K_1\xi + k_2 J_p^T R f + d \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}} R^T J_p J_p^T R f - \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T J_p \xi - R^T \dot{R} f + \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T b \end{aligned} \tag{4.14}$$

となる. 未知な信号 r の入力があるために, もはや漸近安定性を議論することは不可能である. そこで r から z への L_2 ゲインを γ 以下にする条件を導出する.

まずシステムの内部安定性の証明の際に利用したリアプノフ関数 V に注目して, 外乱入力 r が存在するシステム (4.14) の解軌道に沿って時間微分を行うと

$$\dot{V} = -\xi^T K_1 \xi - k_2 \alpha f^T (R^T J_p J_p^T R) f + \xi^T d + k_2 f^T R^T b$$

がえられる. 外乱 r の影響によりその負定性を議論できない. この式を平方完成を利用して変形を行うと,

$$\begin{aligned} \dot{V} + \frac{1}{2}\|z\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 = -\frac{\gamma^2}{2}\|r - \frac{1}{\gamma^2}\begin{bmatrix} \xi \\ k_2 R f \end{bmatrix}\|^2 - \xi^T K_1 \xi - k_2 \alpha f^T (R^T J_p J_p^T R) f \\ + \frac{1}{2}\xi^T \xi + \frac{1}{2} f^T f + \frac{1}{2\gamma^2}\xi^T \xi + \frac{k_2^2}{2\gamma^2} f^T f \end{aligned}$$

ここで右辺の第 1 項目は $r = \frac{1}{\gamma^2}[\xi^T \ k_2 f^T R^T]^T$ のときに最大値 0 をとり, それ以外では負の値をとることから, 任意の r に対して,

$$\begin{aligned} \dot{V} + \frac{1}{2}\|z\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 \leq -\xi^T K_1 \xi - k_2 \alpha f^T (R^T J_p J_p^T R) f \\ + \frac{1}{2}\xi^T \xi + \frac{1}{2} f^T f + \frac{1}{2\gamma^2}\xi^T \xi + \frac{k_2^2}{2\gamma^2} f^T f \end{aligned} \tag{4.15}$$

を満足する. そこで任意の $[f^T \ \xi^T]^T$ に対して右辺が 0 以下となるようにゲイン K_1, k_2, α を決定すれば, 微分消散不等式

$$\dot{V} + \frac{1}{2}\|z\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 \leq 0 \tag{4.16}$$

を満足することになる. 以上の議論をまとめるとつぎの定理がえられる.

定理 4.2 定数 $\gamma > 0$ を与える. つぎの行列

$$P = \begin{bmatrix} K_1 - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}I & 0 \\ 0 & k_2\alpha J_p(q)J_p^T(q) - \frac{1}{2}I - \frac{k_2^2}{2\gamma^2}I \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

が任意の関節角度 $q \in Q$ において[1] 準正定対称行列となるようにゲイン K_1, k_2, α を決定するならば, 閉ループ系 (4.14) は γ 以下の L_2 ゲインを有する.

証明： 式 (4.15) の右辺が任意の $[f^T\ \xi^T]^T$ に対して 0 以下となる場合に, 微分消散不等式 (4.16) が成立する. よって

$$-\xi^T K_1 \xi - k_2\alpha f^T(R^T J_p J_p^T R)f + \frac{1}{2}\xi^T\xi + \frac{1}{2}f^T f + \frac{1}{2\gamma^2}\xi^T\xi + \frac{k_2^2}{2\gamma^2}f^T f \le 0 \tag{4.18}$$

がシステム (4.14) が γ 以下の L_2 ゲインを有する十分条件である. この条件を $[\xi^T\ f^T]^T$ に関する 2 次形式で記述すると,

$$-\begin{bmatrix} \xi^T & f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}I & 0 \\ 0 & k_2\alpha R^T J_p J_p^T R - \frac{1}{2}I - \frac{k_2^2}{2\gamma^2}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ f \end{bmatrix} \le 0$$

となる. つまり行列

$$\begin{bmatrix} K_1 - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}I & 0 \\ 0 & k_2\alpha R^T J_p J_p^T R - \frac{1}{2}I - \frac{k_2^2}{2\gamma^2}I \end{bmatrix}$$

が任意の q に対して準正定であることが任意の $[\xi^T\ f^T]^T$ について式 (4.18) が成立する必要十分条件である. 最後に R の正則性を利用すれば, 等価な条件 (4.17) の正定性が導ける.

(Q.E.D.)

注意 4.2 定理 4.2 が証明できた理由の一つとして, リアプノフ関数 V の微分が $[f^T\ \dot{q}^T]^T$ に関して厳密に負定となるように制御則を構成したことにある. 3 章で対象とした制御則 (3.9)

$$\tau = k_p J_p^T R f - K_v\dot{q} + g(q)$$

ではリアプノフ関数 $V := \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q} + \frac{k_p z_{wo}}{2s\lambda}\|f\|^2$ の微分は,

$$\dot{V}_1 = -\dot{q}^T K_v \dot{q}$$

となり, f に関しての負定性が保証されないものであった. このようにその時間微分が厳密に負定とならないリアプノフ関数を蓄積関数として直接利用することは, 困難である.

[1] Q に関しては仮定 3.1 に示されている.

行列 $P \geq 0$ となるようにゲインを決定するならば,

$$\begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & k_2 \alpha J_p J_p^T \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} \frac{1}{2}I + \frac{1}{2\gamma^2}I & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}I + \frac{k_2^2}{2\gamma^2}I \end{bmatrix} > 0$$

が成立する. つまり $k_2 > 0$ を仮定するならば, 定理 (4.1) の仮定は満足している. よってつぎの命題が導出できる.

命題 4.3 ある定数 $\gamma > 0$ を与える. ゲイン K_1, α, k_2 を任意の q に対して $P \geq 0$, $k_2 > 0$ を満足するように選ぶならば, 制御則 (4.7) は, H_∞ 視覚フィードバック制御則の解となる.

証明： 前述の考察より自明.

(Q.E.D.)

H_∞ 視覚フィードバック制御問題の出力として, $z = [\xi^T \ f^T]^T$ を選んでいるが, 実際問題への適用を考える場合には ξ と f の単位の違い[2] などを吸収するために重みを設定することが妥当である. そこで制御出力として, $z_1 = [\varepsilon_1 \xi^T \ \varepsilon_2 f^T]^T$ を考える. ここで $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$ なスカラ値とする. しかしこのように重み係数を導入しても, 解析は, 定理 4.2 と同様に行って得られるゲイン条件がつぎのように微妙に異なるだけである.

命題 4.4 ある定数 $\gamma > 0$ を与える. ゲイン K_1, α, k_2 を, $k_2 > 0$ かつ, つぎの行列

$$P_1 = \begin{bmatrix} K_1 - \frac{\varepsilon_1^2}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}I & 0 \\ 0 & k_2 \alpha J_p(q) J_p^T(q) - \frac{\varepsilon_2^2}{2}I - \frac{k_2^2}{2\gamma^2}I \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

が準正定となるならば, 制御則 (4.7) は制御出力 z_1 としたときの H_∞ 視覚フィードバック制御問題の解である.

証明：

$$\frac{1}{2}\|z_1\|^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_1^2\|\xi\|^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_2^2\|f\|^2 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \xi^T & f^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varepsilon_1^2 I & 0 \\ 0 & \varepsilon_2^2 I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \xi \\ f \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

である. この関係式を式 (4.15) に代入することで命題の条件が導ける.

(Q.E.D.)

注意 4.3 ゲイン条件である行列 P や P_1, そして制御則 (4.7) において, カメラの焦点距離などのパラメータ $\frac{s\lambda}{z_{wo}}$ に関しては無関係であることに注意して欲しい. つまり, パラメータ $\frac{s\lambda}{z_{wo}}$ に関してはロバスト安定性やロバスト制御性能が期待できる解析設計になっている.

[2] $\xi = \dot{q} - \alpha J_p^T R f$ であるため単位としては rad/s となる. f は画像面上の点像位置であるので pixel となる.

4.4 実験例

4.4.1 実験環境

実験装置などは付録 C 章に説明した産業用マニピュレータからなるシステムを利用した. 関節角度 q に関する動作範囲 Q として,

$$1.57[\mathrm{rad}] \leq q_1 \leq 2.22[\mathrm{rad}]$$
$$-0.14[\mathrm{rad}] \leq q_2 \leq 0.41[\mathrm{rad}]$$

とした. この範囲ではヤコビアン J_c は正則であり, その最小特異値の下限は最小になる姿勢で 9.30×10^{-1} を満足する.

観測する対象は初期位置 $p_{wo}(0) = [0.79\ 1.09]^T[\mathrm{m}]$, $z_{wo} = 1.86[\mathrm{m}]$ となる. そして $t = 2.0[\mathrm{s}]$ から $t = 9.0[\mathrm{s}]$ まで 7.0 秒間で $p_{wo} = [0.37\ 1.30]^T$ になるように等速直線運動を行う. その後 $t = 11.0[\mathrm{s}]$ まで停止して, 再度初期位置へ 7 秒間かけて戻る動作を行わせた. そのときの速度の様子 (これが外乱入力 b となる) を図 4.1 に示す.

4.4.2 ゲインの決定

実験は L_2 ゲインにより制御性能をはかることの妥当性を確認するために, つぎの 2 組のゲインを利用した.

$$\text{ゲイン A} \ : \ K_1 = 1.50 \times 10^2 I, \quad k_2 = 2.00 \times 10^{-3}, \quad \alpha = 1.00 \times 10^{-2}$$
$$\text{ゲイン B} \ : \ K_1 = 1.50 \times 10^2 I, \quad k_2 = 8.00 \times 10^{-4}, \quad \alpha = 4.00 \times 10^{-3}$$

制御出力の重み係数としては $\varepsilon_1 = 2.0\ \varepsilon_2 = 2.0 \times 10^{-3}$ をそれぞれ選択した. これは追従を達成する際に f および ξ に関する最大値として, それぞれ $5.0 \times 10^2[\mathrm{pixels}]$, $0.5[\mathrm{rad/s}]$ と考えれば, 十分に追従が達成できることがシミュレーションの結果より求められた. よって最大値の逆数を重みとして選択することで正規化を行った.

最後にこの重みを利用したときにそれぞれのゲインの組が達成できる γ の最小値を求めるとゲイン A の場合は $\gamma = 4.85 \times 10^{-1}$ ゲイン B の場合は $\gamma = 1.26$ となった. つまり L_2 ゲインを利用した制御性能評価では, ゲイン A を利用した場合が L_2 ゲインを小さくできる.

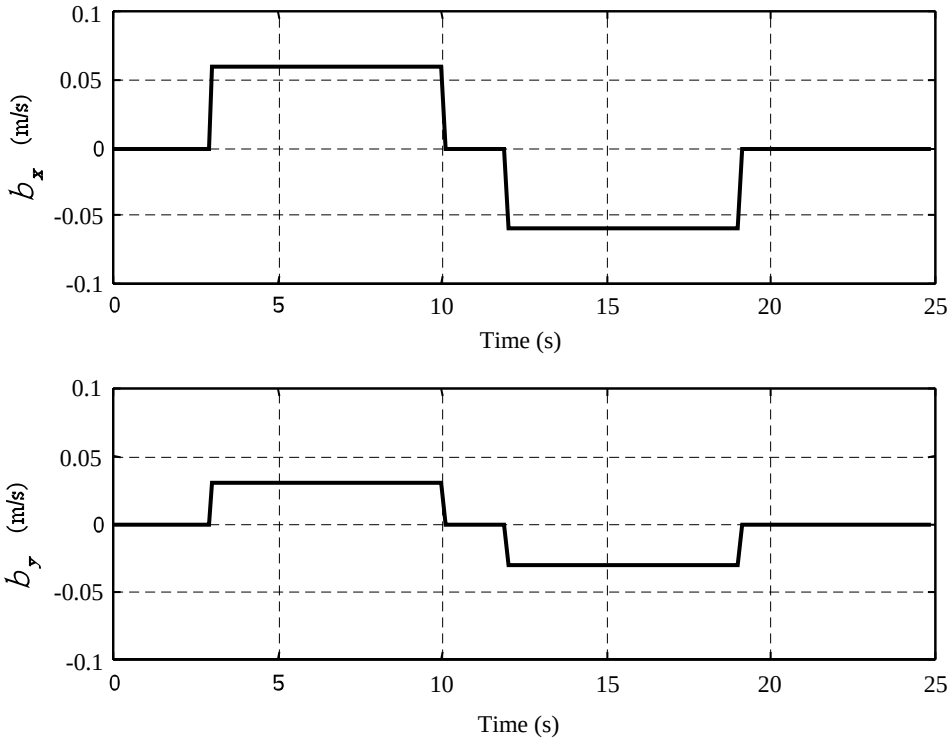

図 4.1: Velocities of the target object : $b = [b_x\ b_y]^T$

4.4.3 実験結果

実験結果として, 点像の位置と関節速度の時間変化を図 4.2 から図 4.4 に示しておく.

図 4.2 は, 画像面上の点像位置 f の時間変化であり, 上段に X_c 軸方向, 下段に Y_c 軸方向の変化を示した. また実線はゲイン A のときで, 破線はゲイン B の場合をあらわしている. 図 4.3 は, ゲイン A の場合の各関節の角速度を示している. 上段が 1 軸目を, 下段が 2 軸目をあらわしている. ゲイン B については図 4.4 に同様に示した. なお関節の角速度には高周波のノイズがあらわれているが, これは差分データにのる量子化の影響である.

とくに図 4.2 のデータをみるとゲイン A の場合が, ゲイン B の場合で大きく異なっている. ゲイン A の場合がより 0 に近い応答を示している. このことは, 保証できる L_2 ゲインの大きさ, つまり γ の値がゲイン A の場合の方が小さいことと密接に関係している. つまり L_2 ゲインを小さくするように制御ゲインを決定することが視覚フィードバックシステムの性能を決定する上で重要であると考えられる.

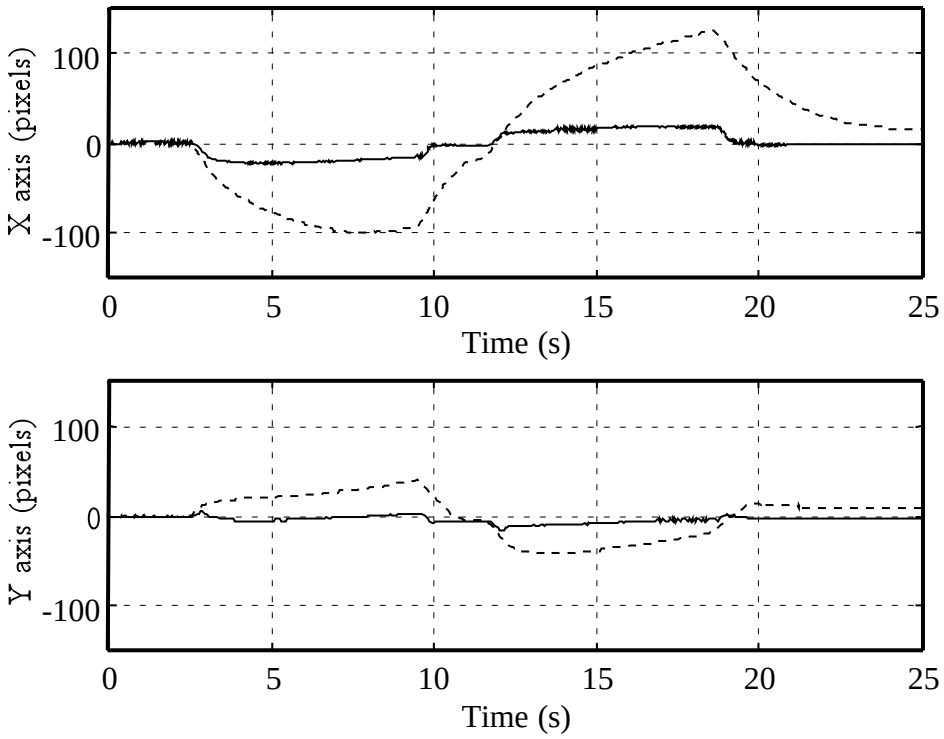

図 4.2: Image Position f. (Solid : Gain A, Dushed : Gain B)

4.5　おわりに

本章では視覚フィードバック制御性能の評価基準として L_2 ゲインを利用することを提案し, L_2 ゲインを利用した制御性能解析を行った. まずマニピュレータダイナミクスの特徴とカメラモデルの特徴を利用することで漸近安定性を解析した. つぎに消散不等式を満足する蓄積関数を漸近安定性の解析で利用したリアプノフ関数により与えることで, 従来解析が困難であった非線形システムの L_2 ゲインによる性能を解析することが可能となった. そしてゲインの調整だけで, L_2 ゲインの大きさを指定できることを示した. 最後に実機により L_2 ゲインで制御性能をはかることの妥当性を示した.

では L_2 ゲインの大きさをいったいどれだけ抑えればよいのかという疑問が生じるであろう. 定理 4.2 によれば, ゲイン K_1 や α を大きくしていけば γ はいくらでも小さくできる. しかしながら, じつは実験で示したゲイン A よりもそれぞれのゲインを大きくすると実際にはさまざまな問題が生じてきた.

- K_1 を大きくすると対象の追従時に過大なトルクが発生, 制御装置の安全装置が働い

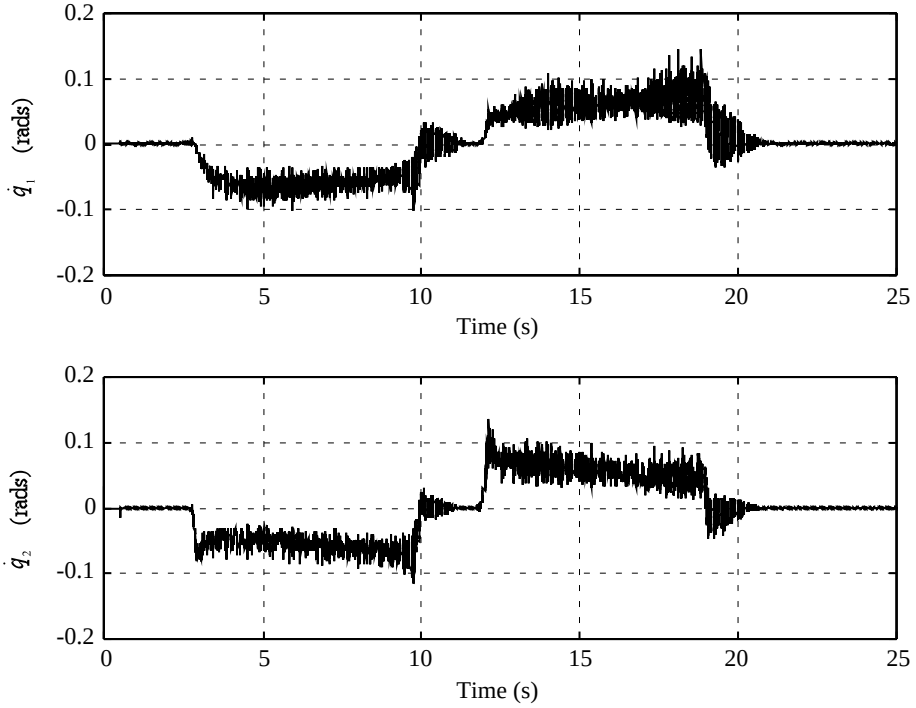

図 4.3: Angular Velocity (Gain A Case)

てしまうので実験が不可能となった.

- α を大きくすると, モータより発振音が発生し実験の続行が不可能となった.

まず過大なトルクが発生した理由としては, 今回考慮した問題は制御出力に制御入力を含まないいわゆる特異な H_∞ 制御問題となっていることがあげられる. これにより入力エネルギーを非常に過大にするような設計も許容してしまう問題設定となっている. 制御入力も出力にもつ一般的な H_∞ 制御問題への拡張は視覚フィードバックに限らずマニピュレータ制御全般の課題である[3]. またマニピュレータの制御問題で注目を浴びている SP-D 制御 [6] もこの問題を解決する手段としては重要であろう.

α を大きくできない理由としては, いくつか考えられる.

1. 制御則 (4.7) はマニピュレータダイナミクスを有する構造となっている. しかしマニピュレータダイナミクスのモデルの厳密な同定は非常に困難であり, 同定したダイナ

[3] H_∞ 逆最適化制御手法を利用し, マニピュレータの関節空間での制御問題に対して制御入力も評価する方法を文献 [46] で考察した.

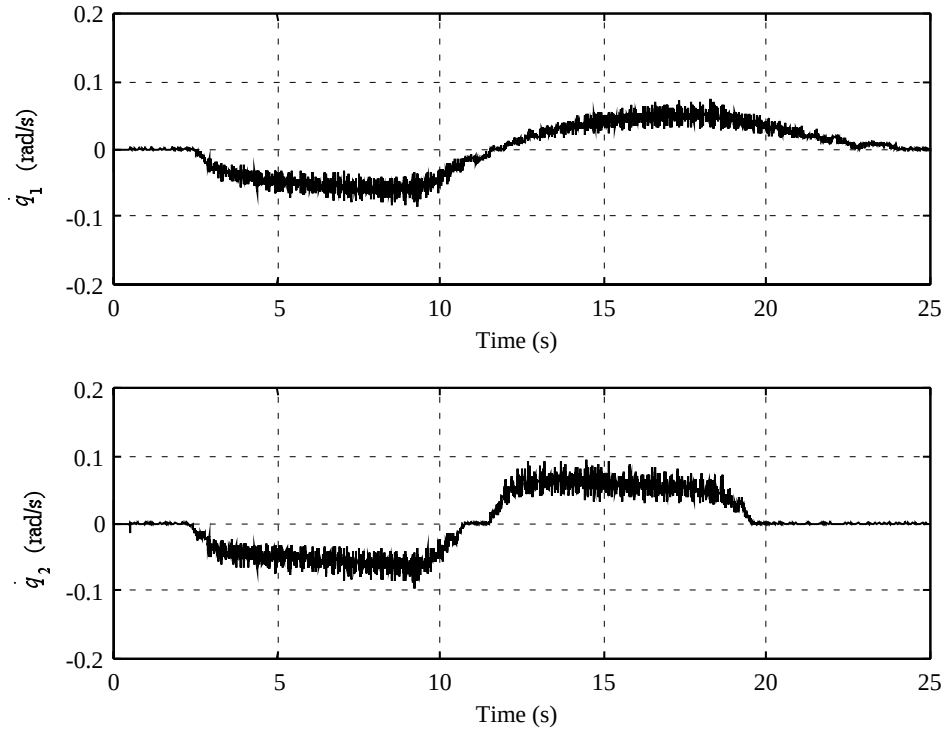

図 4.4: Angular Velocity (Gain B Case)

ミクスモデルには不確かさが存在する. その不確かさに対するロバスト性が確保できていない.

2. 制御則の構造はいわゆる状態フィードバックを仮定している. しかし $\dot{q}$ や $\dot{f}$ などは差分情報を利用して構成している. 差分情報では図 4.3 や図 4.4 をみてもわかるように高周波の雑音などがのってしまう. また $\dot{f}$ はその観測には時間遅れが存在するなど, いわゆるモデル化されない動特性が存在する.

これらの不確かさに対するロバスト性の問題は扱いが非常に困難である. 線形システムにおけるロバスト制御の研究においても, 近年ようやく解決しつつある問題であり, 視覚フィードバックシステムも含まれる非線形システムに対してはまだまだ未解決な研究分野である.

第 5章

視覚フィードバックシステムの適応H_∞制御

5.1 はじめに

本章ではマニピュレータダイナミクスモデルの慣性パラメータの不確かさに対してロバスト性を有する制御則を提案する. これは前章の最後に述べたモデルの不確かさに対するロバスト性に関する問題の一つの解になる. 近年, 非線形システムに存在するパラメトリックな不確かさの値を適応的に推定し, システムの安定性のみならずL_2ゲイン制御性能を解析する適応H_∞制御が注目を浴びている [43]. その特徴は, 非線形システムの消散性に関する理論と従来の適応制御を組み合わせることでパラメトリックな不確かさに対してロバストな制御則を導出することにある. しかし解析的に解を求めることが困難なハミルトンヤコビ不等式を解くことが適応H_∞制御においても要求されるために, 実システムへの応用例は数少ない.

4 章で提案した制御則 (4.7) はもともと, Slotine と Li が提案したマニピュレータの関節空間での適応制御則 [69] を視覚フィードバックシステムに対応するように発展させたものである. 例えば証明のポイントとなった変数変換

$$\xi = \dot{q} - \alpha J_p^T R f$$

は, Slotine と Li が提案したマニピュレータの関節空間での適応制御則における変数変換

$$s = \dot{e} + \lambda e$$

(ここでeは各関節の目標値との誤差, λは適当な正の値とする) に似た構造となっている. つまり提案した視覚フィードバック制御則 (4.7) を拡張することで, マニピュレータの慣性パラメータの不確かさが存在する場合の適応制御則を構築することが可能であると思われる. その上制御則 (4.7) において, L_2ゲイン解析を行うための蓄積関数も前章で考察した. その蓄積関数とマニピュレータの適応制御に関する研究を組み合わせることで, パラメトリックな不確かさが存在する視覚フィードバックシステムの適応H_∞制御を導出することが Lu と Packard が提案した適応H_∞制御の枠組みで可能であると考えられる.

本章の構成は次のとおりである. まずマニピュレータの慣性パラメータの不確かさの表現法を紹介する. このパラメトリックな不確かさに対して, 制御則 (4.7) に適応推定部をもうけた適応視覚フィードバック制御則を提案して, トルク外乱や対象の運動が存在しない場合の内部安定性について議論する. そして前章の蓄積関数を拡張して, 適応H_∞視覚フィードバック制御則となる条件について考察し, シミュレーションによりこの制御則の有効性について確認する.

5.2 モデルの不確かさと問題の定式化

本章で取り扱う視覚フィードバックシステムは3章や4章で扱ってきた平面マニピュレータによる2次元視覚フィードバックシステムを考える. このシステムに対する仮定は4章と同様とする. しかしマニピュレータのモデルにはパラメトリックな不確かさが存在すると考え, その不確かさのモデルとその不確かさに対するロバスト視覚フィードバック制御問題を本節では設定する.

5.2.1 マニピュレータの慣性パラメータの不確かさ

マニピュレータの慣性パラメータの不確かさを記述するために2章で紹介したマニピュレータダイナミクスのパラメータに関する線形性

$$M(q)a + C(q,\dot{q})v + g(q) = Y(q,\dot{q},v,a)\rho \tag{5.1}$$

が重要となる (性質 2.3). 公称マニピュレータモデルとして

$$M_0(q)a + C_0(q,\dot{q})v + g_0(q) = Y(q,\dot{q},v,a)\rho_0 \tag{5.2}$$

を考える. ここで M_0, C_0, g_0 はそれぞれ M, C, g に対する公称モデルであり, ρ_0 は慣性パラメータ ρ に対する公称慣性パラメータである. 式 (5.1) と (5.2) の差を計算すると,

$$(M_0(q) - M(q))a + (C_0(q,\dot{q}) - C(q,\dot{q}))v + (g_0(q) - g(q)) = Y(q,\dot{q},v,a)\tilde{\rho} \tag{5.3}$$

となる. ここで $\tilde{\rho} = \rho_0 - \rho$ とし, 慣性パラメータの不確かさをあらわすベクトルとする.

つぎにパラメトリックな不確かさ $\tilde{\rho}$ の影響について考察する. 4 章で提案した制御則はマニピュレータの公称モデルを利用して構成され, つぎのようになる.

$$\tau = -K_1\xi + k_2\eta + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})\rho_0 \tag{5.4}$$

ここで $\eta := J_p^T Rf$ とする. これをマニピュレータダイナミクス (4.2) に代入することによりえられる閉ループ系は,

$$\begin{aligned} M\dot{\xi} &= -C\xi - K_1\xi + k_2 J_p^T Rf + d + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})\tilde{\rho} \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}} R^T J_p J_p^T Rf - \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T J_p \xi - R^T \dot{R} f + \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T b \end{aligned} \tag{5.5}$$

となる. いま不確かさが存在しないとして $\tilde{\rho} = 0$ と考えるならば, 4 章で解析した閉ループシステム (4.11) と完全に一致する. つまりパラメトリックな不確かさの影響はマニピュレータダイナミクスの右辺にあらわれてくる. $\tilde{\rho} \neq 0$ の場合は前章での制御性能の解析の結果はそのまま適用できない. それ以前に外乱 $r = 0$ においても平衡点自体が $[\xi^T \ f^T]^T = 0$ からずれてしまい, 内部安定性すら確認できなくなるのである.

5.2.2 問題設定

公称制御則 (5.4) だけでは閉ループ系は, 式 (5.5) のようになり, 不確かさの影響があらわれることを確認した. この不確かさの影響をうちけすためにやはりリグレッサ構造を利用した補助入力 $Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})u$ を付加する. つまり式 (5.4) に補助入力を加えることで,

$$\tau = -K_1\xi + k_2\eta + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})(\rho_0 + u) \tag{5.6}$$

となる. この制御則による閉ループシステムは,

$$\begin{aligned} M\dot{\xi} &= -C\xi - K_1\xi + k_2 J_p^T Rf + d + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})(u + \tilde{\rho}) \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}} R^T J_p J_p^T Rf - \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T J_p \xi - R^T \dot{R} f + \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T b \end{aligned} \tag{5.7}$$

となる. 本章であつかう適応 H_∞ 視覚フィードバック制御問題はつぎのようになる.

適応 H_∞ 視覚フィードバック制御問題： 2つの定数 $\varepsilon \geq 0$ と $\gamma > 0$ を考える. このとき閉ループ系 (5.7) がつぎの二つの条件を満足するための補助入力とゲイン K_1, k_2, α の条件を与えよ.

1. $r = 0$ のとき, リアプノフの意味で安定となる平衡点を有し, $t \to \infty$ で $f \to 0, \xi \to 0$ を達成する.
2. 任意の時刻 $T \in [0, \infty)$ と外乱 $r \in L_2$, そしてパラメトリックな不確かさ $\tilde{\rho}$ に対して, つぎの不等式

$$\int_0^T \|z\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|r\|^2 dt + \varepsilon \tag{5.8}$$

を満足する.

ここで初期状態として $[f^T(0)\ \xi^T(0)]^T = 0$ とする.

評価関数 (5.8) であらわれる ε は, 不確かさ $\tilde{\rho}$ とその初期推定値との誤差により生じる端点コストである. 評価関数 (5.8) は, 線形 H_∞ 制御問題における初期値変動を考慮した微分ゲーム問題を拡張することにより定義されたものである.

5.3　適応 H_∞ 視覚フィードバック制御則

本節では適応 H_∞ 視覚フィードバック制御問題の解を与える. この解の導出には近年非常に注目を浴びているマニピュレータの受動性に基づく制御 (2.3 節参照) を利用する. 従来, 受動性に基づく制御はマニピュレータの関節空間の制御にのみ適用が考察されており, 視覚フィードバック制御に利用された研究は存在しない.

5.3.1　受動性に基づく視覚フィードバック制御則

マニピュレータの受動性に基づく制御により, 適応 H_∞ 視覚フィードバック制御則を導出するために, 重要な補題を 2 つ示す.

補題 5.1 つぎの微分方程式を考える.

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\xi} &= -C(q,\dot{q})\xi - K_1\xi + k_2 J_p^T(q)R(q)f + \nu \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}}R^T(q)J_p(q)J_p^T(q)R(q)f - \frac{s\lambda}{z_{wo}}R^T(q)J_p(q)\xi - R^T(q)\dot{R}(q)f \end{aligned} \tag{5.9}$$

ここで $M(q)$, $C(q,\dot{q})$ はそれぞれ性質 2.1, 2.2 および 2.4 を満足する. K_1 は正定対称行列, k_2 と α, s, λ, z_{wo} は正のスカラ, R は $SO(2)$ の元, J_p は正則行列とし, すべての q に対してその特異値は有界であると仮定する. また ν はシステム ψ の出力であり, システム ψ は入力 $-\xi$ から出力 ν において, 一階微分可能な正定関数 V_ψ に関して受動性を満足している. ならば, $\xi \in L_2 \cap L_\infty$ かつ, $f \in L_2 \cap L_\infty$ であり, $t \to \infty$ のとき $f \to 0$ となる. また ν が有界ならば, ξ は $t \to \infty$ でゼロへ漸近的に収束する.

証明： つぎの正定関数を考える.

$$W_\psi = V + V_\psi \tag{5.10}$$

ここで V は,

$$V = \frac{1}{2}\xi^T M(q)\xi + \frac{k_2 z_{wo}}{2s\lambda}\|f\|^2$$

である. ここで V を式 (5.9) の解軌道に沿って時間微分すると,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \xi^T M\dot{\xi} + \frac{1}{2}\xi^T\dot{M}\xi + \frac{k_2 z_{wo}}{s\lambda}f^T\dot{f} \\ &= -\xi^T K_1\xi - k_2\alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf + \xi^T\nu \\ &\quad + k_2\xi^T J_p^T Rf - k_2 f^T R^T J_p\xi + \frac{1}{2}\xi^T(\dot{M} - 2C)\xi - \frac{k_2 z_{wo}}{s\lambda}f^T R^T\dot{R}f \end{aligned}$$

ここで $\dot{M} - 2C$ と $R^T\dot{R}$ の歪み対称性を利用すると,

$$\dot{V} = -\xi^T K_1\xi - k_2\alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf + \xi^T\nu \tag{5.11}$$

となる. またシステム ψ が $-\xi \to \nu$ において, 一階微分可能な V_ψ に関して受動性を満足しているので, 受動性の定義 2.2 より,

$$\dot{V}_\psi \le -\xi^T\nu \tag{5.12}$$

が成立する. 以上より W_ψ の式 (5.9) の解軌道に沿った時間微分は,

$$\dot{W}_\psi \le -\xi^T K_1\xi - k_2\alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf + \xi^T\nu - \xi^T\nu$$

$$
\begin{aligned}
&= -\xi^T K_1 \xi - k_2 \alpha f^T R^T J_p J_p^T R f \\
&= -\begin{bmatrix} \xi^T & f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & k_2 \alpha R^T J_p J_p^T R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ f \end{bmatrix} \leq 0
\end{aligned} \tag{5.13}
$$

となり, 準負定関数となる. ここで W_ψ はその時間微分が正にならないことから非増加関数であり, $W_\psi(0)$ の有界性を仮定すれば $W_\psi \in L_\infty$ となる. V および V_ψ は正定関数であるので, $V \in L_\infty$, $V_\psi \in L_\infty$ であり, V は $[f^T\ \xi^T]^T$ の二次形式で与えられることから $[f^T\ \xi^T]^T \in L_\infty$ となる. ξ の定義と J_p の有界性を利用すると, $\dot{q} \in L_\infty$ となる. よって式 (5.9) から $\dot{f} \in L_\infty$ となる. つまり f は一様連続である. つぎに式 (5.13) を 0 から T まで積分すると,

$$
-W_\psi(0) \leq W_\psi(T) - W_\psi(0) \leq \int_0^T \dot{W}_\psi dt
$$

つまり,

$$
\int_0^T (\|\xi\|^2 + \|f\|^2) dt \leq \frac{W_\psi(0)}{\max(\sigma_M(K_1), k_2 \alpha \sigma_M(J_p)^2)} < \infty \tag{5.14}
$$

となる. このことから $\xi \in L_2$, $f \in L_2$ が成立する.

その上 $\xi \in L_\infty$ も性質 2.1, 2.4 と J_p および ψ の有界性の仮定から確認することができる. よって ξ も一様連続であることが証明された.

最後に L_2 に属し一様連続な信号は $t \to \infty$ で 0 へ収束すること [22] で証明は完了する.

(Q.E.D.)

補題 5.2 入力 $r = [d^T\ b^T]^T$ から出力 $z = [f^T\ \xi^T]$ のシステム

$$
\begin{aligned}
M(q)\dot{\xi} &= -C(q,\dot{q})\xi - K_1 \xi + k_2 J_p^T(q) R(q) f + d + \nu \\
\dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}} R^T(q) J_p(q) J_p^T(q) R(q) f - \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T(q) J_p(q) \xi - R^T(q) \dot{R}(q) f + \frac{s\lambda}{z_{wo}} R^T b
\end{aligned} \tag{5.15}
$$

を考える. ここで $M(q)$, $C(q,\dot{q})$ はそれぞれ性質 2.1, 2.2 および 2.4 を満足する. K_1 は正定対称行列, k_2 と α, s, λ, z_{wo} は正のスカラであり, K_1, k_2 と α に関してはつぎの行列

$$
P = \begin{bmatrix} K_1 - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}I & 0 \\ 0 & k_2 \alpha J_p J_p^T - \frac{1}{2}I - \frac{k_2^2}{s\gamma^2}I \end{bmatrix} \tag{5.16}
$$

を準正定にするように選ばれている. R は $SO(2)$ の元, J_p は正則行列とする. また $\psi : -\xi \to \nu$ は, 微分可能な正定関数 V_ψ に関して受動性を満足する. 以上の仮定のもとでシステム (5.15) は γ 以下の L_2 ゲインを有する.

証明： 定理4.2の証明から行列 P を正定にするようにゲインが選ばれているならば, $\nu = 0$ の場合に正定関数 $V = \frac{1}{2}s^T Ms + \frac{k_2 z_{wo}}{s\lambda}\|f\|^2$ の解軌道に沿った時間微分は,

$$\dot{V} + \frac{1}{2}\|z\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 \leq 0$$

を満足する. しかし $\nu \neq 0$ ならば上式は,

$$\dot{V} + \frac{1}{2}\|z\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 \leq \xi^T \nu$$

となることは簡単な計算から明らかである. また $-\xi \to \nu$ は正定関数 V_ψ に関して受動性を満足する仮定から,

$$\dot{V}_\psi \leq -\xi^T \nu$$

が成立する. そこで,

$$W_\psi = V + V_\psi$$

としてその解軌道に沿った時間微分を求めると,

$$\dot{W}_\psi + \frac{1}{2}\|z\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 \leq \xi^T \nu - \xi^T \nu = 0 \tag{5.17}$$

であり, この式は供給率 $\frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 - \frac{1}{2}\|z\|^2$, 蓄積関数 W_ψ としたときの微分消散不等式である. よってシステム (5.15) は γ 以下の L_2 ゲインを有する.

(Q.E.D.)

この2つの補題は 2. 4 節で紹介した定理2.1を視覚フィードバックシステムの制御へ拡張したものである. この2つの補題を利用して以下では適応 H_∞ 視覚フィードバック制御則の提案と解析を行う.

5.3.2 補助入力の提案と漸近的特性の解析

補助入力 u の決定のためにつぎの2つの補題を示しておく.

補題 5.3 つぎの $-\xi$ から ν へのシステム ψ を考える.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\tilde{\rho} + p) = \dot{p} &= \Gamma^{-1} Y^T(q, \dot{q}, \alpha\eta, \alpha\dot{\eta})(-\xi) \\ \nu &= Y(q, \dot{q}, \alpha\eta, \alpha\dot{\eta})(p + \tilde{\rho}) \end{aligned} \tag{5.18}$$

ここで $\Gamma \in \mathbf{R}^{2\times 2}$ は正定対称行列, $\dot{\tilde{\rho}} = 0$ とする. このときシステム ψ は正定関数 $V_\psi = \frac{1}{2}(\tilde{\rho} + p)^T \Gamma(\tilde{\rho} + p)$ に関して受動的である.

証明： すべての時刻$T \geq 0$に関して,

$$\int_0^T (-\xi^T) Y(\tilde{\rho}+p)dt = \int_0^T (\frac{d}{dt}(\tilde{\rho}+p))\Gamma(\tilde{\rho}+p)dt = V_\psi(T) - V_\psi(0) \tag{5.19}$$

が成立することから自明.

(Q.E.D.)

補題 5.4 $\dot{q} \in L_\infty$, $a \in L_\infty$, $v \in L_\infty$であるとき, $Y(q,\dot{q},v,a)\rho \in L_\infty$である.

証明： リグレッサYと慣性パラメータρの定義から,

$$Y(q,\dot{q},v,a)\rho = M(q)a + C(q,\dot{q})v + g(q) \tag{5.20}$$

となる. マニピュレータダイナミクスの性質2.1, 2.4, 2.5から

$$M(q)a + C(q,\dot{q})v + g(q) \leq m_M\|a\| + c_M\|\dot{q}\|\|v\| + g_M \tag{5.21}$$

なるqに無関係な上限値を有する. ここで補題の仮定より,

$$m_M\|a\| + c_M\|\dot{q}\|\|v\| + g_M \in L_\infty \tag{5.22}$$

である.

(Q.E.D.)

補題5.1と5.3, 5.4を利用すると, つぎの定理が導出できる.

定理 5.1 補助入力として,

$$\begin{aligned} \dot{p} &= -\Gamma^{-1}Y^T(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})\xi \\ u &= p \end{aligned} \tag{5.23}$$

を考える. ゲインK_1, Γは正定対称行列, k_2, αは正の数とする. またヤコビアンJ_pは正則であるとする. ならばつぎの閉ループ系はリアプノフの意味で安定である.

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\xi} &= -C(q,\dot{q})\xi - K_1\xi + k_2 J_p^T(q)R(q)f + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})(p+\tilde{\rho}) \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}}R^T(q)J_p(q)J_p^T(q)R(q)f - \frac{s\lambda}{z_{wo}}R^T(q)J_p(q)\xi - R^T(q)\dot{R}(q)f \\ \dot{p} &= -\Gamma^{-1}Y^T(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})\xi \end{aligned} \tag{5.24}$$

その上$t \to \infty$で$f \to 0$, $\xi \to 0$を満足する. また$t \to 0$で$\dot{p} \to 0$となる.

証明：

$$\nu = Y(q, \dot{q}, \alpha\eta, \alpha\dot{\eta})(p + \tilde{\rho})$$

と選ぶことにより, 補題 5.3 から $-\xi \to \nu$ のシステムは, $V_\psi = \frac{1}{2}(\tilde{\rho}+p)^T\Gamma(\tilde{\rho}+p)$ に関して受動的となる. またマニピュレータの関節はすべて回転関節であることを仮定するならば, $J_p(q)$ の各要素は q の有界な三角関数のみで構成される. よってその特異値もまた有界である. つまり正定関数として

$$W = V + V_\psi = \frac{1}{2}\xi^T M(q)\xi + \frac{k_2 z_{wo}}{2s\lambda}\|f\|^2 + \frac{1}{2}(\tilde{\rho}+p)^T\Gamma(\tilde{\rho}+p) \tag{5.25}$$

を選ぶと, 補題 5.1 の証明より W の解軌道に沿った時間微分は準負定関数となる. その上, $f, \xi, \dot{q}, V_\psi$ の有界性も証明される. V_ψ は $\tilde{\rho}+p$ に関する二次形式であるから, $\tilde{\rho}+p$ の有界性, つまり $p \in L_\infty$ も確認できる.

なおその上,

$$\begin{aligned}\eta &= J_p^T Rf \\ \dot{\eta} &= \dot{J}_p^T Rf + J_p^T \dot{R}f + J_p^T R\dot{f} = \dot{J}_p^T Rf + J_p^T \dot{R}f + \frac{s\lambda}{z_{wo}} J_p^T J_p \dot{q} - J_p \dot{R}f\end{aligned}$$

である. 回転関節からのみなるマニピュレータに関しては J_p と R は q の三角関数で与えられることから,

$$\sup_q \sigma(\dot{J}_p) = j_M\|\dot{q}\|$$
$$\sup_q \sigma(\dot{R}) = r_M\|\dot{q}\|$$

なる q に依存しない有界な $j_M > 0$, $r_M > 0$ を有する. よって, η と $\dot{\eta}$ は $\|\dot{q}\|$ や $\|f\|$ の関数で与えられる q に無関係な上界を有する. その上, $\dot{q} \in L_\infty$, $f \in L_\infty$ であるため, $\eta \in L_\infty$, $\dot{\eta} \in L_\infty$ となる. これを補題 5.4 に適用すると, ν の有界性が確認できる.

以上の議論から定理 5.1 は, つぎのように証明できる. リアプノフ関数候補として正定関数 W を選ぶ. この時間微分は準負定な関数となるのでシステム (5.24) のリアプノフ安定性が確認できる. また ν の有界性から補題 5.1 により $t \to \infty$ で $f \to 0$ と $\xi \to 0$ となる. また $\dot{p} = -\Gamma^{-1}Y^T\xi$ から $\dot{p} \to 0$ となる.

(Q.E.D.)

注意 5.1 システム (5.24) は漸近安定な平衡点を有していることは証明できていないことに注意する. f と ξ に関しては 0 へ収束することが証明できたのだが $p+\tilde{\rho}$ の 0 への収束, つまり不確かさの推定ベクトル p の真値 $\tilde{\rho}$ への収束が証明できていないことが問題である.

この問題はマニピュレータの適応制御で長年議論されてきている問題である [57]. 厳密に漸近安定性を議論するためには, リグレッサYや慣性パラメータρの設定などに仮定が必要であり, これらの議論は本研究の対象外である. よって適応H_∞視覚フィードバック制御問題の内部安定性として, リアプノフ安定かつ$t\to\infty$で$f\to 0$と$\xi\to 0$となることを採用した.

定理5.1より適応H_∞視覚フィードバック制御則の候補として,

$$\begin{aligned}\dot{p} &= -\Gamma^{-1}Y^T(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})\xi \\ \tau &= -K_1\xi + k_2\eta + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})(\rho_0+p)\end{aligned} \tag{5.26}$$

を考える. 次節では外乱入力が存在する場合, 制御則(5.26)のL_2ゲインによる制御性能解析を考察する.

5.3.3 L_2ゲイン制御性能解析

補題5.2を利用して, 制御則(5.26)のL_2ゲインによる制御性能解析を行う. 外乱rが存在する場合の閉ループ系は

$$\begin{aligned}M(q)\dot{\xi} &= -C(q,\dot{q})\xi - K_1\xi + k_2J_p^T(q)R(q)f + d + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})(p+\tilde{\rho}) \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{z_{wo}}R^T(q)J_p(q)J_p^T(q)R(q)f - \frac{s\lambda}{z_{wo}}R^T(q)J_p(q)\xi - R^T(q)\dot{R}(q)f + \frac{s\lambda}{z_{wo}}R^Tb \\ \dot{p} &= -\Gamma^{-1}Y^T(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})\xi\end{aligned} \tag{5.27}$$

となる. ここで$\nu = Y(p+\tilde{\rho})$とみなすと補題5.3から$-\xi\to\nu$の写像に関して受動性を満足する. そこで補題5.2を適用して, つぎの定理が導出できる.

定理 5.2 システム(5.27)において, ゲインK_1, k_2, αおよびΓが,

$$P = \begin{bmatrix} K_1 - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}I & 0 \\ 0 & k_2\alpha J_pJ_p^T - \frac{1}{2}I - \frac{k_2^2}{s\gamma^2}I \end{bmatrix} \geq 0 \tag{5.28}$$

$$(p(0)+\tilde{\rho})^T\Gamma(p(0)+\tilde{\rho}) \leq \varepsilon \tag{5.29}$$

満足するように選ばれるならば, 任意の時刻$T\geq 0$と外乱$r\in L_2$, そしてパラメトリックな不確かさ$\tilde{\rho}$に対して, 不等式(5.8)を満足する. ここで$p(0)+\tilde{\rho}$は不確かさ$\tilde{\rho}$の初期推定誤差をあらわす.

証明： 補題 5.2 と 5.3 より, 正定関数 W の式 (5.27) の解軌道に沿った時間微分はつぎの関係式を満足することがわかる.

$$\dot{W} \leq \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 - \frac{1}{2}\|z\|^2$$

この両辺を 0 から T まで積分すると,

$$-W(0) \leq W(T) - W(0) \leq \frac{\gamma^2}{2}\int_0^T \|r\|^2 dt - \frac{1}{2}\int_0^T \|z\|^2 dt$$

となる. $[f^T(0)\ \xi^T(0)]^T = 0$ の条件から,

$$W(0) = \frac{1}{2}(p(0) + \tilde{\rho})^T \Gamma (p(0) + \tilde{\rho})$$

であるので, 定理の仮定より

$$\gamma^2 \int_0^T \|r\|^2 dt \leq \int_0^T \|z\|^2 dt + 2W(0) \leq \int_0^T \|z\|^2 dt + \varepsilon$$

が成立する.

(Q.E.D.)

注意 5.2 前章であつかったように制御出力に対して重み係数をかけて, 単位の違いなどによる保守性を軽減する必要がある. しかし, 前章の定理 4.4 とまったく同様の結果であるのでここでは省略する.

5.4 シミュレーション例

本節では提案する適応 H_∞ 視覚フィードバック制御の有効性を確認するために, CCD カメラを取り付けた 2 リンクのダイレクトドライブマニピュレータへの適用を想定したシミュレーションを行う.

5.4.1 状況の設定

対象とするダイレクトドライブマニピュレータは SICE 標準マニピュレータ (以下 SICE-DD アーム) を考える [40]. 鉛直縦置きした場合の SICE-DD アームは重力項も含めてつぎ

のようなリグレッサで表現できる.

$$Y(q,\dot{q},v,a)=\begin{bmatrix} a_1 & a_1+a_2 & Y_{13}(q,\dot{q},v,a) & \cos q_1 & \cos q_1 & \cos(q_1+q_2) \\ 0 & a_1+a_2 & Y_{23}(q,\dot{q},v,a) & 0 & 0 & \cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

ここで $v=[v_1\ v_2]^T$, $a=[a_1\ a_2]^T$, そして

$$Y_{13}(q,\dot{q},v,a)=(2a_1+a_2)\cos q_2-(\dot{q}_2v_1+\dot{q}_1v_2+\dot{q}_2v_2)\sin q_2$$
$$Y_{23}(q,\dot{q},v,a)=a_1\cos q_2+\dot{q}_1v_1\sin q_2$$

である. なお慣性パラメータの公称値と実パラメータとしては,

$$\rho_0=\begin{bmatrix} 2.47\times10^{-1} \\ 2.77\times10^{-2} \\ 3.33\times10^{-2} \\ 7.57 \\ 4.08 \\ 1.63 \end{bmatrix},\quad \rho=\begin{bmatrix} 8.47\times10^{-1} \\ 2.04\times10^{-1} \\ 2.73\times10^{-1} \\ 7.57 \\ 3.35 \\ 1.34 \end{bmatrix}$$

とあたえる[1]. もちろん制御則で利用できるのは公称値 ρ_0 のみである. また SICE-DD アームの運動学は,

$$p_{wc}=\begin{bmatrix} 0.2\cos q_1+0.2\cos(q_1+q_2) \\ 0.2\cos q_1+0.2\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix},\quad \theta_{wc}=q_1+q_2$$

で与えられる. またヤコビアン J_p は上式を q に関して微分して,

$$J_p(q)=\begin{bmatrix} -0.2\sin q_1-0.2\sin(q_1+q_2) & -0.2\sin(q_1+q_2) \\ 0.2\cos q_1+0.2\cos(q_1+q_2) & 0.2\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

となる.

CCD カメラはスケーリングファクタと焦点距離の積 $s\lambda=1200$ として, 120 Hz のサンプリングで点像の重心位置 f とその時間微分 $\dot{f}$ を計算できる画像処理装置で, カメラからの情報は処理されるとする.

観測対象は半径 4.00×10^{-2}[m], 角速度 0.4π[rad/s] の等速円運動を行っている. 閉ループ系の初期状態としては, $[f^T(0)\ \xi^T(0)]^T=0$ として, トルク外乱としては $[-0.3,0.3]$[Nm]

[1]マニピュレータの手先位置に質量 6kg の物体を取り付けることに相当する.

で一様分布する疑似乱数を利用した. また画像情報 f の不確かさとして, 画像情報を 1 サンプル時間 (1/120 秒) 遅らせて, 小数点以下はまるめて, 整数とした.

L_2 ゲイン評価基準で $\gamma = 1.0$ を達成するためにつぎのように制御ゲインを決定した.

$$
\begin{aligned}
K_1 &= \mathrm{diag}(2.0, 2.0) \\
k_2 &= 1.0 \\
\alpha &= 1.0 \\
\Gamma &= \mathrm{diag}(2.0, 2.0, 2.0, 0.05, 0.05, 0.05)
\end{aligned}
$$

適応ゲイン Γ は, ε が約 30 になるように与えたが, そのなかでも慣性項やコリオリ遠心力項に関連するパラメータに関するゲインを 2.0, 重力項に関するゲインを 0.05 として設定した. Γ はその逆行列がかかるために値が小さいほうがゲインとしては高く設定してあることに注意して欲しい. 慣性項やコリオリ遠心力項を低く設定した理由は, リグレッサの構造において, 上の 3 つのパラメータを計算するためには画像情報や角速度情報, 画像面上の速度場の情報などを必要とするが, 当然観測ノイズが存在する. 適応ゲインを高くしていくと観測ノイズの影響で制御則自体が動作しなくなることが予備シミュレーション実験でわかったからである.

5.4.2 シミュレーション結果

前節の設定した状況でシミュレーションを MATLAB/SIMULINK を利用して行った. その結果を図 5.1 と 5.2 に示す. 図 5.1 には提案する適応 H_∞ 視覚フィードバック制御則の場合を, 図 5.2 には適応ゲインを $\Gamma^{-1} = 0$ として, 適応推定部を無効化した場合を示す. その他のゲインは前節で説明したものを利用した. また上の図は X_c 方向の画像面上の座標を, 下の図は Y_c 方向をそれぞれの図において示している. 図 2 の適応 H_∞ 視覚フィードバック制御を利用すると, 慣性パラメータの不確かさや観測対象の未知な運動, トルク外乱などさまざまな不確かさがあるにもかかわらず, 画像面上の座標 f は 0 に近い値をとっている. しかし図 3 においては 4 章での公称制御則の場合を示しているが, 慣性パラメータの不確かさの影響とおもわれる定常偏差があらわれているほか, とくに X_c 方向では対象の運動の影響とおもわれる 0.2 Hz の振動が顕著になっている. つまり外乱減衰特性も劣化していると思われる.

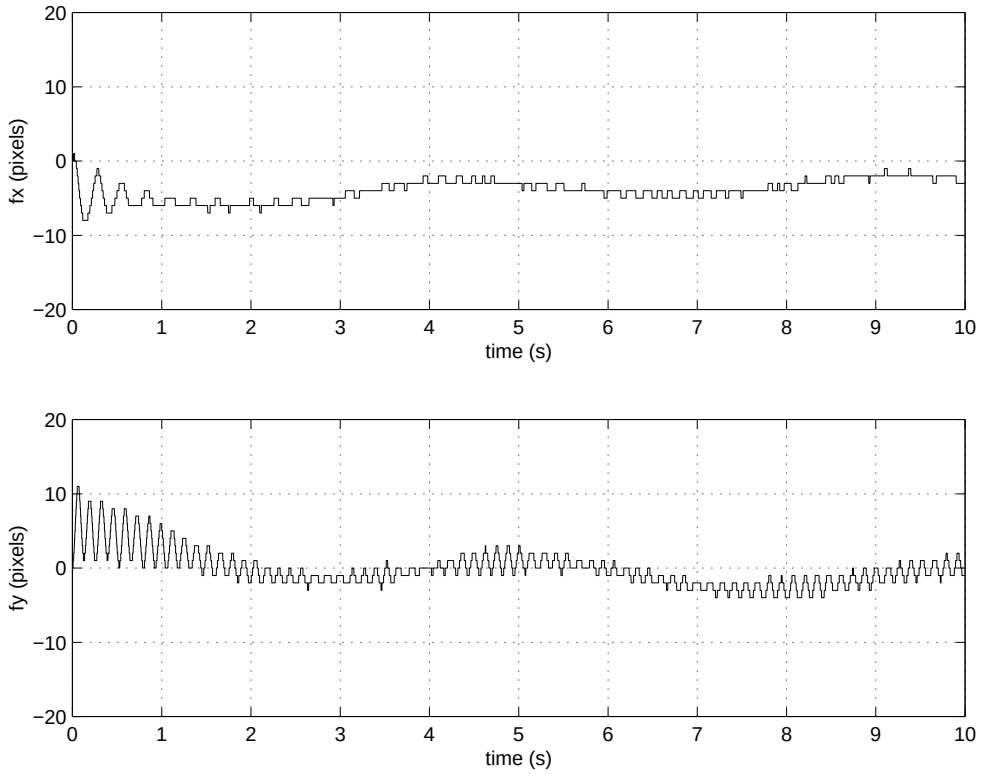

図 5.1: Image Position Errors (Adaptive H_∞ Controller)

5.5 おわりに

本章では視覚フィードバックシステムに対する適応 H_∞ 制御則の提案および安定性や制御性能の解析を行った. これは前章でのマニピュレータモデルの不確かさに対するロバスト性に関する一つの答えでもある. 従来のマニピュレータ制御での適応制御法と消散システム理論に基づいた L_2 ゲイン解析の結果を組み合わせることで H_∞ 視覚フィードバック制御則を構成した. 最後にシミュレーションにより提案する制御則の有効性について確認した.

適応 H_∞ 制御では, マニピュレータモデルのパラメトリックな不確かさに対するロバスト性は確保できる. しかし前章で問題としたモデル化されない動特性に関するロバスト性についての議論が残されている. 実際本章のシミュレーションのパラメータを設定する場合でも, 観測量 f などにムダ時間や量子化誤差などの観測外乱などを設定すると, 系全体が不安定になることが確認された. また適応制御のモデル化されない動特性に関するロバスト性に関する反例として, Rohrs の論文 [64] がある. マニピュレータの適応制御に関し

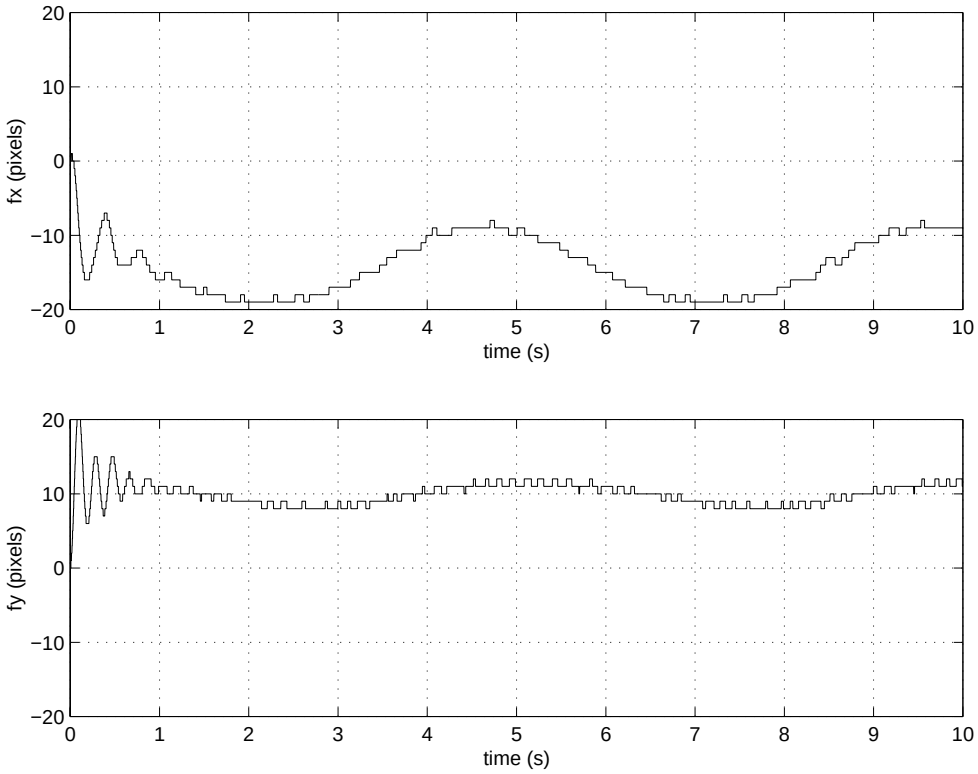

図 5.2: Image Position Errors (NominalH_∞ Controller)

てもモデル化されない動特性に関するロバスト性を疑問視する同様の報告 [61] がある. このモデル化されない動特性に関してのロバスト性の議論は実際の応用を考える上では非常に重要である.

第 6章

視覚フィードバックを利用した3次元相対位置姿勢制御

6.1 はじめに

本章では3次元空間中を運動する物体に対して相対位置姿勢を一致させる視覚フィードバック制御問題を考察する. 3, 4 および 5 章では2次元平面を運動する対象点の追従を目的とした制御問題を扱ってきた. 運動を2次元平面に固定する仮定をおいた理由としては, カメラモデルにおける非線形性 (剛体の運動モデルと透視変換) の解析法が不十分であり, 問題が非常に難しくなると考えられたからであった.

本来の視覚フィードバック制御の研究は3次元運動する対象を観測し, その3次元の相対位置姿勢を制御することが前提であり, そういった意味では今まで取り扱ってきた平面運動の仮定はその前提を満足していない. しかし従来の3次元運動を扱った視覚フィードバック制御の研究においても, 奥行き情報を陽に含む画像ヤコビアンが既知である仮定のもとで分解速度法による制御で安定性を保証するもの [23][24] や, 推定値や近似値により3次元情報を与えて, 実験的に制御性能を確認するもの [41][59][67][73] があるが, これらの研究は厳密な安定性や制御性能解析は行っていない. 升谷ら [48] や Kelly ら [39] は対象が運動しない仮定のもとでマニピュレータダイナミクスまで考慮した安定性の解析を行った. しかし升谷らの結果はカメラの非線形性を完全に無視しており, Kelly らの結果においても観測対象までの距離は既知でなくてはならない仮定がある. また対象が運動する場合の考察は不十分であり, 制御性能解析までは行っていない. 橋本らは対象の3次元運動を推

定し, マニピュレータダイナミクスを含めたシステム全体の安定性を文献 [34] で取り扱った. しかし対象の運動モデルが完全に既知でなくてはならず, 安定性の解析のみで制御性能解析までは行っていない.

本章では 3 次元を運動する対象に追従させる視覚フィードバック制御において厳密な安定性の解析と L_2 ゲインによる制御性能解析を行う. 対象との相対位置姿勢を非線形オブザーバを利用して推定し, その推定誤差やマニピュレータダイナミクスまで含む系全体に対して安定性及び制御性能解析を行う. このようなことが行えるようになった背景には前章までで扱ってきた受動性に基づく平面マニピュレータの視覚フィードバック制御を拡張したことと 3 次元の位置姿勢をあらわす多様体 $SE(3)$ 上の誤差関数を定義したことにある.

本章の構成はつぎのとおりである.

6.2 節では $SE(3)$ 上, 特に $SO(3)$ 上の誤差関数を定義してその性質を説明する.

6.3 節では $SE(3)$ 上の剛体の運動モデルを紹介して 3 次元運動を行う場合のカメラの動特性モデルを導出する.

6.4 節では視覚情報よりカメラと対象との相対位置姿勢を推定する問題を考察する.

6.5 節ではマニピュレータの手先速度が直接指令できる, つまりマニピュレータダイナミクスが無視できる仮定のもとで, 視覚情報から相対位置姿勢を目標値と一致させる問題を考える. 推定誤差と追従誤差がともに 0 へ収束する, もしくは L_2 ゲイン制御性能条件を満足する制御則を, 6.4 節で考察した相対位置姿勢オブザーバを利用して構成する.

6.6 節においてはマニピュレータダイナミクスを含めた視覚フィードバックシステムを対象として, 制御則の提案と解析を行う. その制御則の提案には前章まで考察した平面マニピュレータの視覚フィードバック制御の構成法を参考にした.

最後に 6.5 節で提案した制御手法の有効性をシミュレーションにより確認してまとめを行う.

6.2 $SO(3)$ 上の誤差関数

3 次元空間中での対象の相対位置姿勢を制御, 推定するためには回転群 $SO(3)$ 上での誤差を考える必要がある. 誤差関数として $\phi : SO(3) \to \mathbf{R}_+$ を

$$\phi(R) := \frac{1}{2}\mathrm{tr}(I - R) \tag{6.1}$$

で与える. また誤差ベクトル $e_R(R) := \mathrm{sk}(R)^\vee \in \mathbf{R}^3$ を考える[1]. この関数 ϕ と誤差ベクトル e_R に対してはつぎの補題が成立する.

補題 6.1 $R \in SO(3)$ を与える.

1. $\phi(R) \geq 0$ であり, $\phi(R) = 0$ の必要十分条件は $R = I$ である.
2. $\dot{\phi} = e_R^T(R)(R^T\dot{R})^\vee = e_R^T(R)(\dot{R}R^T)^\vee$.
3. $\phi(R) < 1$ を満足する R に対して,

$$b_2\|e_R(R)\|^2 \leq \phi(R) \leq b_1\|e_R(R)\|^2 \tag{6.2}$$

を満足する $b_1 \geq \frac{1}{2} \geq b_2 > 0$ が存在する.

この証明のはじめにつぎの命題および補題を示しておく.

命題 6.1 任意の回転行列 $R \in SO(3)$ に対して,

$$R = I + \hat{\omega}\sin\theta + \hat{\omega}^2(1 - \cos\theta) \tag{6.3}$$

を満足する単位ベクトル $\omega \in \mathbf{R}^3$, $\|\omega\| = 1$ と $\theta \in \mathbf{R}$ が存在する.

この命題はロド リゲスの公式とよばれるものであり, 証明は文献 [47] などを参照.

補題 6.2 $a \in \mathbf{R}^3$, $b \in \mathbf{R}^3$ とする. ならば, $\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\hat{a}\hat{b}) = -a^Tb$ が成立する.

証明： $a = [a_1\ a_2\ a_3]^T$, $b = [b_1\ b_2\ b_3]^T$ とすると,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\hat{a}\hat{b}) &= \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -b_3 & b_2 \\ b_3 & 0 & -b_1 \\ -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}\right) \\
&= \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\begin{bmatrix} -a_3b_3 - a_2b_2 & * & * \\ * & -a_1b_1 - a_3b_3 & * \\ * & * & -a_2b_2 - a_1b_1 \end{bmatrix}\right) \\
&= -(a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3) = -a^Tb
\end{aligned}$$

(Q.E.D.)

[1] sk の定義については 1.4 節参照

この命題および補題を利用して補題 6.1 を証明する.

補題 6.1 の証明：

1. $R = I$ ならばあきらかに $\phi(R) = \phi(R^T) = 0$. 任意の $R \in SO(3)$ に対しては, ロド リゲスの公式 (6.3) より,

$$\begin{aligned}\phi(R) &= \frac{1}{2}\left(-\mathrm{tr}(\hat{\omega})\sin\theta - \mathrm{tr}(\hat{\omega}^2)(1-\cos\theta)\right)\\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\hat{\omega}^2)(1-\cos\theta)\\ &= 1-\cos\theta\end{aligned}$$

が成立する. 最後の変形では補題 6.2 を利用した. $1-\cos\theta$ は $\theta = 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$ の場合に 0 となり, それ以外のときは正になる. $\theta = 2\pi n$ は $R = I$ と等価であることと $\phi(R^T)$ も同様に証明可能であるので, 1. の証明は完了する.

2. 行列の集合は線形空間であるので任意の行列 $A \in \mathbf{R}^{3\times 3}$ は,

$$A = \mathrm{sk}(A) + \mathrm{sym}(A) \tag{6.4}$$

に分解可能である[2]. この性質を利用すると,

$$\dot{\phi} = -\frac{1}{2}\mathrm{tr}(RR^T\dot{R}) = -\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\mathrm{sk}(R)(R^T\dot{R})) - \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\mathrm{sym}(R)(R^T\dot{R}))$$

となる. ここで $R^T\dot{R} \in so(3)$ であることを利用すると

$$\mathrm{tr}(\mathrm{sym}(R)(R^T\dot{R})) = \mathrm{tr}((R^T\dot{R})^T(\mathrm{sym}(R))^T) = -\mathrm{tr}(\mathrm{sym}(R)(R^T\dot{R}))$$

であるので $\mathrm{tr}(\mathrm{sym}(R)(R^T\dot{R})) = 0$ が成立する. つまり,

$$\dot{\phi} = -\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\mathrm{sk}(R)(R^T\dot{R}))$$

である. 最後に $\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\hat{a}\hat{b}) = -a^Tb$ の関係式を利用すると,

$$\dot{\phi} = (\mathrm{sk}(R)^\vee)^T(R^T\dot{R})^\vee = e_R^T(R)(R^T\dot{R})^\vee$$

が成立する. $\dot{\phi} = e_R^T(R)(\dot{R}R^T)^\vee$ に関しても同様に証明可能.

[2] sym の定義は 1.4 節参照.

3. ロド リゲスの公式 (6.3) を利用して $e_R(R)$ を計算すると,

$$e_R(R) = \omega \sin\theta$$

が成立する. $\|\omega\| = 1$ を利用すると,

$$\|e_R(R)\|^2 = \sin^2\theta \tag{6.5}$$

が成立する. 三角関数の公式を利用すると任意の $\theta \in \mathbf{R}$ に対して, $1 - \cos\theta \geq \frac{1}{2}\sin^2\theta$ が成立するので, $0 < b_2 \leq \frac{1}{2}$ とすれば,

$$\phi(R) = 1 - \cos\theta \geq \frac{1}{2}\sin^2\theta \geq b_2\|e_R(R)\|^2$$

が成立する. また $\phi = 1 - \cos\theta < 1$ が成立する仮定のもとでは, $\cos\theta > 0$ が成立するので, つぎの関係式を満足する定数 $0 < \epsilon \leq 1$ が存在する.

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = (1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta) \geq (1 + \epsilon)(1 - \cos\theta)$$

つまり $b_1 := \frac{1}{1+\epsilon} \geq \frac{1}{2}$ とすれば,

$$b_1\|e_R(R)\|^2 \geq \frac{1}{1+\epsilon}\sin^2\theta \geq 1 - \cos\theta = \phi(R)$$

を満足する b_1 が存在する.

(Q.E.D.)

この補題は $SO(3)$ 上で定義される系の安定性や収束を議論するために非常に重要な役割をはたす. たとえば ϕ は正定関数であるのでリアプノフ関数候補として利用できる可能性を有している. また誤差ベクトル e_R ができるだけ 0 になるように制御則などを構成することで, 3 番目の上限および下限の性質より回転行列 R を単位行列 I に近づけることをできる.

またこの $SO(3)$ 上の誤差関数を利用して $SE(3)$ 上の誤差関数を容易に定義できる. $g = (p, R) \in SE(3)$ に対して

$$V(g) = \phi(R) + \frac{1}{2}\|p\|^2 \tag{6.6}$$

と定義すれば, $V(g) \geq 0$ であり等号が成立するのは $(p, R) = (0, I)$ のときのみである. そのうえベクトル $e \in \mathbf{R}^6$ を

$$e := \begin{bmatrix} p \\ e_R \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

と選ぶならば, $V(g) < 1$ を満足する g に対して

$$\beta_2\|e\|^2 \leq V(g) \leq \beta_1\|e\|^2 \tag{6.8}$$

を満足する $\beta_1 \geq \frac{1}{2} \geq \beta_2 > 0$ が存在することは補題 6.1 よりあきらかである.

6.3 3次元運動に対する視覚フィードバックシステムのモデル

3–5 章までは 2 次元平面運動を仮定することで視覚フィードバックシステムのモデルを与えた. しかし本章では 3 次元運動に対する視覚フィードバック制御問題を取り扱うために, 3 次元空間での剛体の運動モデルが非常に重要となる.

6.3.1 座標の設定

本章では座標系を 4 つ設定する (図 6.1 参照).

まず基準座標系 $\Sigma_W = \{X_W, Y_W, Z_W\}$ は, その位置姿勢が時間的に不変であり, 各座標系の位置姿勢を記述する上で基準となる座標系である. カメラ座標系 $\Sigma_C = \{X_C, Y_C, Z_C\}$ はカメラに取り付けられた座標系である. 一般性を失わない仮定として光軸は Σ_C の Z_C 方向と一致すると考える.

画像座標系 $\Sigma_I = \{X_I, Y_I, Z_I\}$ はカメラの画像面に設定される座標系であり, X_I と Y_I はそれぞれ X_C, Y_C と平行に設定され X_I-Y_I 平面と X_C-Y_C 平面は焦点距離 $\lambda > 0$[m] 離れている. また Σ_I の原点は Z_C(つまりカメラの光軸) と X_I-Y_I 平面との交点におかれている. なおカメラ座標系との相対位置姿勢は時間的に変化しない.

最後に観測対象に対象座標系 Σ_O を設定する. この座標系の位置姿勢が対象の位置姿勢をあらわす. 観測対象は n 個の点からなり, それぞれの点の Σ_O における座標 $p_{oi} = [x_{oi}\ y_{oi}\ z_{oi}]^T, i = 1, \ldots, n$ がその対象の形状とする. x_{oi}, y_{oi}, z_{oi} はそれぞれ X_O, Y_O, Z_O 方向の座標をあらわす. なお対象は剛体としてその形状 p_{oi} は時間的に不変とする.

6.3.2 座標系の変換

各座標系の位置姿勢は基準座標系 Σ_W を基準にして表現される. カメラ座標系 Σ_C は $g_{wc} = (p_{wc}, R_{wc}) \in \mathbf{R}^3 \times SO(3) = SE(3)$, で, 対象座標系 Σ_O は $g_{wo} = (p_{wc}, R_{wc}) \in SE(3)$

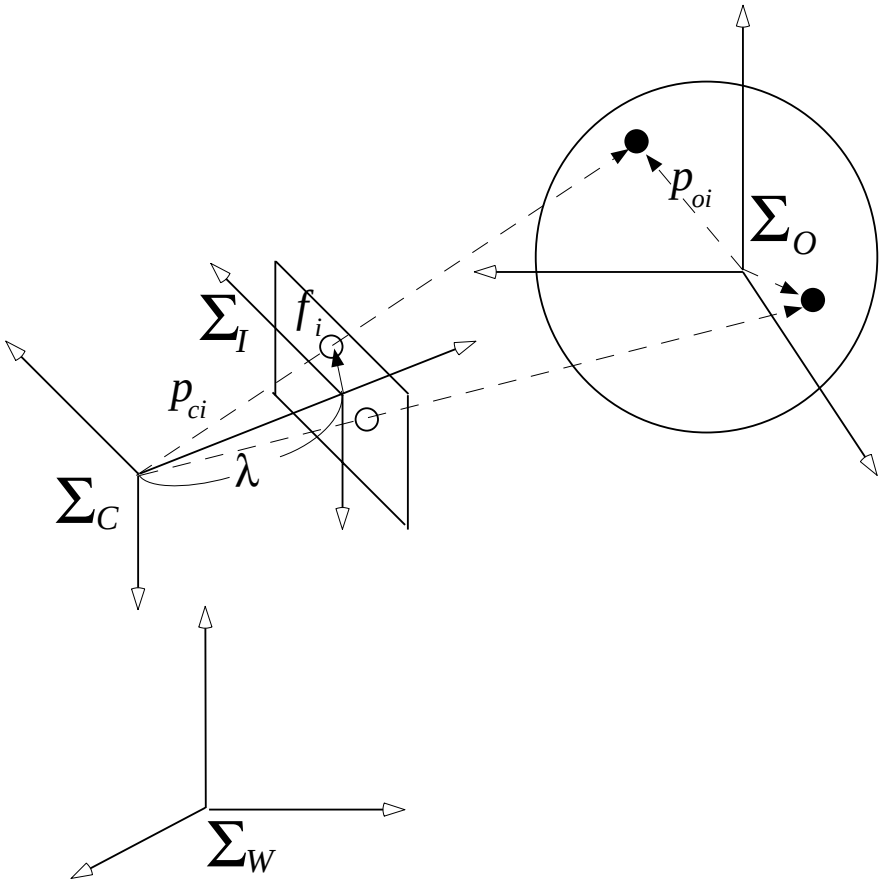

図 6.1: Coordinates for 3D visual feedback system

でそれぞれの位置姿勢は与えられる. g_{wc} と g_{wo} を利用すると Σ_C から見た Σ_O の相対位置姿勢 $g_{co} = (p_{co}, R_{co})$ はつぎのように与えられる.

$$p_{co} = R_{wc}^T(p_{wo} - p_{wc}) \tag{6.9}$$

$$R_{co} = R_{wc}^T R_{wo} \tag{6.10}$$

Σ_C から見た Σ_O の相対位置姿勢 g_{co} が与えられたならば, 対象の形状 p_{oi} を Σ_C 基準で与えることができる. そのベクトルを $p_{ci} = [x_{ci}\ y_{ci}\ z_{ci}]^T, i = 1, \ldots, n$ とすると,

$$p_{ci} = R_{co}p_{oi} + p_{co} \tag{6.11}$$

で計算できる.

6.3.3 剛体の運動モデル

視覚フィードバックシステムでは座標間の相対位置姿勢運動が非常に重要となる．本研究ではアイインハンド構造を仮定して議論を進めていくので，g_{wc} と g_{wo} がそれぞれ独立に時間の関数で与えられる．g_{wc} と g_{wo} のボディー速度をそれぞれ $V_{wc} = [v_{wc}^T\ \omega_{wc}^T]^T$, $V_{wo} = [v_{wo}^T\ \omega_{wo}^T]^T$ とする．ここで $v_{wc} \in \mathbf{R}^3$, $v_{wo} \in \mathbf{R}^3$ はそれぞれ Σ_C と Σ_O の原点の Σ_W に対する速度ベクトルをそれぞれの座標系を基準に見たベクトルであり，$\omega_{wc} \in \mathbf{R}^3$, $\omega_{wo} \in \mathbf{R}^3$ はそれぞれの座標系の基準座標に対する回転速度ベクトルをそれぞれの座標系を基準に見たベクトルである．このボディー速度 V_{wc}, V_{wo} を利用して g_{wc} と g_{wo} が満足する微分方程式を記述すると，

$$\dot{R}_{wc} = R_{wc}\hat{\omega}_{wc} \tag{6.12}$$

$$\dot{p}_{wc} = R_{wc}v_{wc} \tag{6.13}$$

$$\dot{R}_{wo} = R_{wo}\hat{\omega}_{wo} \tag{6.14}$$

$$\dot{p}_{wo} = R_{wo}v_{wo} \tag{6.15}$$

で与えられる．この関係を利用して，R_{co} と p_{co} の微分方程式を導出すると，

$$\begin{aligned}
\dot{R}_{co} &= \dot{R}_{wc}^T R_{wo} + R_{wc}^T \dot{R}_{wo} \\
&= -R_{wc}^T \dot{R}_{wc} R_{wc}^T R_{wo} + R_{wc}^T R_{wo} R_{wo}^T \dot{R}_{wo} \\
\dot{p}_{co} &= \dot{R}_{wc}^T (p_{wo} - p_{wc}) + R_{wc}^T (\dot{p}_{wo} - \dot{p}_{wc}) \\
&= -R_{wc}^T \dot{R}_{wc} R_{wc}^T (p_{wo} - p_{wc}) + R_{wc}^T R_{wo} R_{wo}^T \dot{p}_{wo} - R_{wc}^T \dot{p}_{wc}
\end{aligned}$$

となる．つまり，

$$\dot{R}_{co} = -\hat{\omega}_{wc}R_{co} + R_{co}\hat{\omega}_{wo} \tag{6.16}$$

$$\dot{p}_{co} = \hat{p}_{co}\omega_{wc} + R_{co}v_{wo} - v_{wc} \tag{6.17}$$

である微分方程式がえられる．この式を行列表現すると，

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{co} \\ (\dot{R}_{co}R_{co}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{p}_{co} \\ 0 & -I \end{bmatrix} V_{wc} + \begin{bmatrix} R_{co} & 0 \\ 0 & R_{co} \end{bmatrix} V_{wo} \tag{6.18}$$

となる．

本研究ではカメラを手先効果器に取り付けたアイインハンド構造を対象に議論を進めてきた. 本章でもアイインハンド構造を対象とする. つまり, g_{wc} と V_{wc} はそれぞれマニピュレータの関節角度 q の関数となる. g_{wc} はマニピュレータの運動学により与えられる. V_{wc} はボディマニピュレータヤコビアン $J_b(q) \in \mathbf{R}^{6\times n}$($n$ は q の次元) により,

$$V_{wc} = J_b(q)\dot{q} \tag{6.19}$$

で与えられることが知られている [47]. よって式 (6.18) は,

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{co} \\ (\dot{R}_{co}R_{co}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{p}_{co} \\ 0 & -I \end{bmatrix} J_b(q)\dot{q} + \begin{bmatrix} R_{co} & 0 \\ 0 & R_{co} \end{bmatrix} V_{wo} \tag{6.20}$$

となる.

注意 6.1 本章で対象とする視覚フィードバックシステムは, 簡単にいえばカメラと対象の相対位置姿勢 g_{co} をある目標値 $g_d = (p_d, R_d) \in SE(3)$ に一致するようにカメラ情報を利用してマニピュレータの関節速度 $\dot{q}$ を決定することにある. しかし式 (6.20) の状態空間は $SE(3)$ 上で定義されていることや $\dot{q}$ を直接与えることはできず, マニピュレータダイナミクスにしたがった動特性が存在することに本研究で対象とする視覚フィードバックシステムの難しさが存在する.

6.3.4　カメラの透視変換モデル

カメラからの情報を元にマニピュレータを制御するためには, 画像の幾何モデルを理解しなくてはならない. カメラの幾何モデルは最も標準的にはピンホールカメラを仮定して透視変換モデルを利用する場合が多い. 6.3.1 節での仮定のもとでは透視変換は,

$$f_i = \frac{\lambda}{z_{ci}} \begin{bmatrix} x_{ci} \\ y_{ci} \end{bmatrix} \tag{6.21}$$

で与えられる. ここで $f_i \in \mathbf{R}^2, i = 1, \ldots, n$ は画像座標系での X_I-Y_I 平面上の点像位置をあらわす. また λ は焦点距離をあらわし, $p_{ci} = [x_{ci}\ y_{ci}\ z_{ci}]^T$ である. 式 (6.11) より, p_{ci} は g_{co} の関数であるので f_i は g_{co} の関数となる. よって $f := [f_1^T\ \ldots\ f_n^T]^T \in \mathbf{R}^{2n}$ と定義すると, $\pi : SE(3) \to \mathbf{R}^{2n}$ なる関数を利用して,

$$f = \pi(g_{co}) \tag{6.22}$$

でカメラモデルは記述できる. ここで π は式 (6.11) と (6.21) により定義される.

6.4 非線形オブザーバによる相対位置姿勢の推定

3次元空間を運動する対象を追従することを目的とする視覚フィードバック制御において, 対象との相対位置や相対姿勢を知ることは非常に重要となる. しかし相対位置姿勢を直接画像情報からえることは困難であるため, 非線形オブザーバを構成して, 視覚情報から相対位置姿勢の推定値 $\bar{g}_{co} = (\bar{p}_{co}, \bar{R}_{co})$ を推定する方法を提案する. このとき推定誤差として $p_{ee} := e_{pe} := p_{co} - \bar{p}_{co}$, $R_{ee} := \bar{R}_{co}^T R_{co}$ を考え, (e_{pe}, R_{ee}) が $(0, I)$ に近づくように推定則 $(\bar{p}_{co}, \bar{R}_{co})$ を構成する方法を考える.

なお表記の簡単化のために添え字の co については以下では省略する.

6.4.1 観測方程式の導出

観測出力の関係式を導出するために推定値 $(\bar{p}, \bar{R})$ の近傍でのカメラモデルを近似する. まず式 (6.11) より,

$$\begin{aligned} p_{ci} &= \bar{R}\bar{R}^T R p_{oi} + (p - \bar{p}) + \bar{p} = \bar{R}(I + \mathrm{sk}(R_{ee}))p_{oi} + e_{pe} + \bar{p} + (\text{h.o.t.}) \\ &= \bar{p}_{ci} - \bar{R}\hat{p}_{oi} e_R(R_{ee}) + p_{ee} + (\text{h.o.t.}) \end{aligned}$$

ここで $\bar{p}_{ci} := \bar{R}p_{oi} + \bar{p}$, (h.o.t.) は近似の際に無視された高次の項とする. ここでは $R = \bar{R}$ 近傍での近似式 $R_{ee} = I + \mathrm{sk}(R_{ee})$ を利用していることに注意する. つぎに透視変換 (6.21) を $\bar{p}_{ci} = [\bar{x}_{ci}\ \bar{y}_{ci}\ \bar{z}_{ci}]^T$ 近傍で近似すると,

$$f_i = \bar{f}_i + \begin{bmatrix} \frac{\lambda \bar{x}_{ci}}{\bar{z}_{ci}} & 0 & -\frac{\lambda \bar{x}_{ci}}{\bar{z}_{ci}^2} \\ 0 & \frac{\lambda \bar{y}_{ci}}{\bar{z}_{ci}} & -\frac{\lambda \bar{y}_{ci}}{\bar{z}_{ci}^2} \end{bmatrix} (p_{ci} - \bar{p}_{ci}) + (\text{h.o.t.})$$

がえられる. ここで $\bar{f}_i := \frac{\lambda}{\bar{z}_{ci}}[\bar{x}_{ci}\ \bar{y}_{ci}]^T$ とする. 以上より $\bar{f} = [\bar{f}_1^T\ \dots\ \bar{f}_n^T]^T$ とすると,

$$f = \bar{f} + J(\bar{R}, \bar{p}) e_e + (\text{h.o.t.}) \tag{6.23}$$

がえられる. ここで $e_e := [e_{pe}^T\ e_R^T(R_{ee})]^T$,

$$J(\bar{R}, \bar{p}) := \begin{bmatrix} L(\bar{R}, \bar{p}; p_{o1}) \\ L(\bar{R}, \bar{p}; p_{o2}) \\ \vdots \\ L(\bar{R}, \bar{p}; p_{on}) \end{bmatrix}$$

$$L(\bar{R},\bar{p};p_{oi}) := \begin{bmatrix} \frac{\lambda\bar{x}_{ci}}{\bar{z}_{ci}} & 0 & -\frac{\lambda\bar{x}_{ci}}{\bar{z}_{ci}^2} \\ 0 & \frac{\lambda\bar{y}_{ci}}{\bar{z}_{ci}} & -\frac{\lambda\bar{y}_{ci}}{\bar{z}_{ci}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & (-\bar{R}\hat{p}_{oi}) \end{bmatrix}$$

と定義する. 行列 $J(\bar{R},\bar{p})$ は, 3 次元視覚フィードバックシステムに対する画像ヤコビアン [29] と同様のものである. 以下ではつぎのような仮定をおく.

仮定 6.1 行列 $J(\bar{R},\bar{p})$ は任意の $(\bar{p},\bar{R})$ に対して列フルランクである.

この仮定はえられた視覚情報 f から対象との相対位置姿勢を唯一に決定するために必要な条件である. 同一直線上に存在しない 4 つ以上の観測点が存在するならば, J の列フルランク性は満たされることが知られている[3].

この仮定のもとで画像処理の結果えられるデータとして

$$y = J^{\dagger}(f - \bar{f}) \tag{6.24}$$

を採用すると, つぎの観測方程式がえられる.

$$y = e_e + w \tag{6.25}$$

ここで $w \in \mathbf{R}^6$ は $(\bar{p},\bar{R})$ 近傍での近似の際に無視された高次の項や画像の量子化誤差, カメラのキャリブレーション誤差など影響から生じる観測雑音とする.

6.4.2　相対位置姿勢推定問題

相対位置姿勢の運動モデル (6.20) を状態方程式, カメラモデル (6.24) を観測方程式とみなし, 相対位置姿勢の推定問題をつぎのように定式化できる.

相対位置姿勢推定問題： 観測量 y を利用して相対位置姿勢の推定値 $(\bar{p},\bar{R})$ をつぎの 2 つの基準を満足するように設計せよ.

1. 外乱入力 $r_e := [V_{wo}^T\ w^T]^T = 0$ の場合に推定誤差 $(p-\bar{p},\bar{R}^T R) = (0, I)$ が指数安定である.
2. ある正の数 $\gamma > 0$ が存在する. 任意の外乱入力 $d \in L_2$ に対して d から e_e への L_2 ゲインを γ 以下にする.

[3] 観測点が 3 点であっても, ある特殊な状況以外は J の列フルランク性は保証される. 文献 [50] を参照.

本章で対象としているシステムは状態空間が $SE(3)$ である. ここで指数安定性や L_2 ゲインに関する定義を状態空間が $SE(3)$ の場合に対して拡張しておく.

定義 6.1 状態空間 $SE(3)$ においてシステム Σ が与えられている. システム Σ の解が $(p, R) = (0, I)$ において指数安定であるとは, ある正の数 $k, m > 0$ と $(0, I)$ を含む領域 $\Omega \subset SE(3)$ において, すべての初期状態 $g(0) \in \Omega \subset SE(3)$ に対して, $W(g(t)) \leq me^{-kt}W(g(0))$ を満足する正定関数 $W : \Omega \to \mathbf{R}_+$ かつ $W((0, I)) = 0$ が存在する場合をいう.

定義 6.2 状態空間 $SE(3)$ においてシステム Σ が与えられている. そのシステムの入力を u, 出力を y とする. 状態 $g = (p, R) \in SE(3)$ に対して, 正定関数 $V : SE(3) \to \mathbf{R}_+$ が存在して供給率 $s(u(t), y(t)) = \frac{1}{2}\gamma^2\|u\|^2 - \frac{1}{2}\|y\|^2$ と任意の時刻 T, ある正の数 $\gamma > 0$ に対して消散不等式

$$V(g(T)) \leq V(g(0)) + \int_0^T s(u(t), y(t))dt \tag{6.26}$$

を満足する場合, システム Σ は γ 以下の L_2 ゲインを有するという.

6.4.3 非線形オブザーバの構成と内部安定性の解析

相対位置姿勢の推定値はつぎの微分方程式により計算される.

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{p}} \\ (\dot{\bar{R}}\bar{R}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{\bar{p}} \\ 0 & -I \end{bmatrix} J_b(q)\dot{q} + \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & -\bar{R} \end{bmatrix} u_e \tag{6.27}$$

ここで初期値として $(\bar{p}(0), \bar{R}(0)) = (\bar{p}_0, \bar{R}_0)$ とする. また $u_e = [u_{pe}^T \; u_{Re}^T]^T \in \mathbf{R}^6$, $u_{pe} \in \mathbf{R}^3$, $u_{Re} \in \mathbf{R}^3$ は, 真値 (p, R) と推定値の初期値 $(\bar{p}_0, \bar{R}_0)$ の誤差や未知信号 V_{wo} や観測ノイズ w の影響を減衰させるために, 観測量 y から構成される推定入力ベクトルである.

このとき相対位置姿勢推定の誤差のダイナミクスは,

$$\begin{aligned}
\dot{p}_{ee} &= -v_{wc} + \hat{p}\omega_{wc} + Rv_{wo} + v_{wc} - \hat{\bar{p}}\omega_{wc} + u_{pe} \\
&= \hat{p}_{ee}\omega_{wc} + u_{pe} + Rv_{wo} \\
\dot{R}_{ee} &= -\bar{R}^T\dot{\bar{R}}\bar{R}^T R + \bar{R}^T\dot{R} \\
&= -\bar{R}^T\hat{\omega}_{wc}R + \hat{u}_{Re}R_{ee} + \bar{R}^T\hat{\omega}_{wc}R + R_{ee}\hat{\omega}_{wo} \\
&= (\hat{u}_{Re} + (R_{ee}\omega_{wo})^\wedge)R_{ee}
\end{aligned}$$

これを行列表現すると,

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ee} \\ (\dot{R}_{ee}R_{ee}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{p}_{ee}\omega_{wc} \\ 0 \end{bmatrix} + u_e + \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R_{ee} \end{bmatrix} V_{wo} \tag{6.28}$$

となる. 本節では $r_e = [V_{wo}^T\ w^T]^T = 0$ のときに $(p_{ee}, R_{ee}) = (0, I)$ が指数安定となるように推定則 u_e を構成する問題を考える.

指数安定性を証明するための正定関数候補として,

$$W(t) = \frac{1}{2}\|p_{ee}\|^2 + \phi(R_{ee}) \tag{6.29}$$

を考える. $W(t)$ を時間に関して微分すると,

$$\dot{W} = p_{pe}^T\dot{p}_{pe} + e_R^T(R_{ee})(\dot{R}_{ee}R_{ee}^T)^\vee = \begin{bmatrix} e_{pe}^T & e_{Re}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_{ee} \\ (\dot{R}_{ee}R_{ee}^T)^\vee \end{bmatrix} \tag{6.30}$$

ここで $e_{Re} := e_R(R_{ee})$ とする. 微分方程式 (6.28) を代入すると,

$$\dot{W} = e_{pe}^T\hat{e}_{pe}\omega_{wc} + e_e^T u_e$$

となる. ここで $e_{pe}^T\hat{e}_{pe}\omega_{wc} = -e_{pe}^T\hat{\omega}_{pe}e_{pe} = 0$ であるので,

$$\dot{W} = e_e^T u_e \tag{6.31}$$

となる. $u_e = -K_e y = -K_e e_e$ として $K_e \in \mathbf{R}^{6\times 6}$ である正定行列とすると,

$$\dot{W} = -e_e^T K_e e_e \tag{6.32}$$

となる. 以上の議論をまとめると, 以下の定理がえられる.

定理 6.1 推定則として,

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{p}} \\ (\dot{\bar{R}}\bar{R}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{\bar{p}} \\ 0 & -I \end{bmatrix} J_b(q)\dot{q} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \bar{R} \end{bmatrix} K_e y \tag{6.33}$$

を考える. ここで $K_e \in \mathbf{R}^{6\times 6}$ である正定対称行列とする. もし $r_e = 0$ ならば誤差系 (6.28) において, $(p_{ee}, R_{ee}) = (0, I)$ が正定関数

$$W(t) = \frac{1}{2}\|p_{ee}\|^2 + \phi(R_{ee}) \tag{6.34}$$

に関して指数安定となる. ここで誤差系の初期値 $(p_{ee}(0), R_{ee}(0))$ が, $W(0) < 1$ を満足していると仮定する.

証明： $W(0) < 1$ の仮定と式 (6.32) が負であることから任意の時刻 t において, $W(t) < 1$ つまり $\phi(R_{ee}) < 1$ を満足する. これに補題 6.1 を適用すると, 正定関数 W にはつぎのような上限と下限が存在する.

$$\beta_2\|e_e\|^2 \leq W \leq \beta_1\|e_e\|^2 \tag{6.35}$$

また式 (6.32) から,

$$\dot{W} = -e_e^T K_e e_e \leq -\sigma_m(K_e)\|e_e\|^2 \tag{6.36}$$

が成立する. これから

$$\frac{\dot{W}}{W} \leq -\frac{\sigma_m(K_e)\|e_e\|^2}{\beta_1\|e_e\|^2} = -\eta \tag{6.37}$$

を満足する定数 $\eta > 0$ が存在する. ここで両辺を 0 から t まで積分すると,

$$\ln\frac{W(t)}{W(0)} = \int_0^t \frac{\dot{W}}{W} d\tau \leq -\eta t \tag{6.38}$$

となる. すなわち,

$$W(t) \leq W(0)e^{-\eta t} \tag{6.39}$$

を満足する. これは指数安定の定義式そのものを示している.

(Q.E.D.)

6.4.4 推定則の L_2 ゲイン解析

本節では閉ループ系 (6.28) において推定則として

$$u_e = -K_e y$$

と選んだ場合に, 外乱 $r_e = [V_{wo}^T \; w^T]^T$ から, e_e への L_2 ゲイン推定性能解析を行う. まず $u_e = -K_e y$ を式 (6.28) 代入すると,

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{pe} \\ (\dot{\bar{R}}_{ee}\bar{R}_{ee}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{pe}\omega_{wc} \\ 0 \end{bmatrix} - K_e e_e + \begin{bmatrix} R_1 & K_e \end{bmatrix} r_e \tag{6.40}$$

の外乱入力 r_e が存在する閉ループシステムが導出される. ここで $R_1 = \mathrm{diag}(R, R_{ee}) \in SO(6)$ とする. この閉ループシステムの r_e から e_e への L_2 ゲイン解析を行った結果として, つぎの定理が示される.

定理 6.2 ある定数$\gamma > 0$を与える. システム (6.40) の外乱入力r_eから制御出力e_eへのL_2ゲインがγ以下のL_2ゲインを有する十分条件は, ゲインK_eが

$$-\frac{1}{2\gamma^2}K_e^2 + K_e - \frac{1}{2}(1+\frac{1}{\gamma^2})I \geq 0 \tag{6.41}$$

を満足する場合である.

証明： 不等式 (6.26) の解の候補として, 前節で示した正定関数Wを利用する. Wの式 (6.40) の解軌道に沿った時間微分は,

$$\dot{W} = -e_e^T K_e e_e + e_e^T \begin{bmatrix} R_1 & K_e \end{bmatrix} r_e$$

となる. この式を平方完成を利用して変形すると,

$$\begin{aligned}
\dot{W} =& -e_e^T K_e e_e + \frac{1}{2}e_e^T e_e - \frac{1}{2}e_e^T e_e - \frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 + e_e^T \begin{bmatrix} R_1 & K_e \end{bmatrix} r_e - \frac{1}{2\gamma^2}(\|e_e\|^2 + e_e^T K_e^2 e_e) \\
&+\frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 + \frac{1}{2\gamma^2}(\|e_e\|^2 + e_e^T K_e^2 e_e) \\
=& -\frac{1}{2}\|e_e\|^2 + \frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r_e - \frac{1}{\gamma^2}\begin{bmatrix} R_1^T \\ K_e \end{bmatrix} e_e\|^2 \\
&-e_e^T K_e e_e + \frac{1}{2}e_e^T e_e + \frac{1}{2\gamma^2}e_e^T e_e + \frac{1}{2\gamma^2}e_e^T K_e e_e \\
\leq& -\frac{1}{2}\|e_e\|^2 + \frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 - e_e^T(K_e - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}I - \frac{1}{2\gamma^2}K_e^2)e_e
\end{aligned}$$

がえられる. ここで定理の仮定 (6.41) を利用すると,

$$\dot{W} \leq -\frac{1}{2}\|e_e\|^2 + \frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 \tag{6.42}$$

が成立する. この両辺を0からTに関して積分すると,

$$W(T) \leq W(0) + \frac{1}{2}\int_0^T (\gamma^2\|r_e\|^2 - \|e_e\|^2)dt \tag{6.43}$$

を満足する. つまり条件 (6.41) を満足するならば, 式 (6.26) の解となっていることがわかる.

(Q.E.D.)

定理6.1と6.2を利用することで, つぎの命題が導出できる.

命題 6.2 非線形オブザーバ (6.33) のゲインK_eが条件 (6.41) を満足するならば, 非線形オブザーバ (6.33) は, 相対位置姿勢推定問題の解である.

証明： ゲイン条件 (6.41) が定理 6.1 の条件を満足していることを示せばよい. これはゲイン条件が,

$$K_e \geq \frac{1}{2\gamma^2}K_e^2 + \frac{1}{2}(1+\frac{1}{\gamma^2})I > 0$$

と変形可能であることから明らかである.

(Q.E.D.)

6.5 相対位置姿勢の制御

本節では構成した非線形オブザーバによる相対位置姿勢の推定値を利用して, カメラと対象の相対位置姿勢を (p_d, R_d) に一定に保つための制御則の導出を行う. 本節ではつぎのような一時的な仮定を置いておく.

仮定 6.2 カメラの速度 $u_c = V_{wc} = J_b(q)\dot{q}$ は, 指令値どおりに生成可能であるとする. つまり $u_c = [u_{pc}^T\ u_{Rc}^T]^T$ で $u_{pc} \in \mathbf{R}^3$, $u_{Rc} \in \mathbf{R}^3$ を制御入力とみなすことが可能である.

本来はマニピュレータダイナミクスが存在するために u_c を直接操作することは不可能である. しかしこの仮定は取り除くことが可能であることを次節で示す.

6.5.1 視覚による相対位置姿勢制御問題の設定

前節で提案したようにオブザーバの構造は,

$$\begin{aligned}\dot{\bar{p}} &= -u_{pc} + \hat{\bar{p}}u_{Rc} - u_{pe}\\ \dot{\bar{R}} &= -\hat{u}_{Rc}\bar{R} - \bar{R}\hat{u}_{Re}\end{aligned} \tag{6.44}$$

を考える. ここで状態として

$$p_{ec} = \bar{p} - p_d \tag{6.45}$$

$$R_{ec} = \bar{R}R_d^T \tag{6.46}$$

$$p_{ee} = p - \bar{p} \tag{6.47}$$

$$R_{ee} = \bar{R}^T R \tag{6.48}$$

とする. ここで $(p_d, R_d) \in SE(3)$ は時不変な目標相対位置姿勢である.

このとき $(p_{ec}, R_{ec}, p_{ee}, R_{ee}) = (0, I, 0, I)$ を達成するならば, $p = p_d$, $R = R_d$ を満足する. この状態の微分方程式を導出する.

$$\begin{aligned}
\dot{p}_{ec} &= \dot{\tilde{p}} = -u_{pc} + \hat{\tilde{p}} u_{Rc} - u_{pe} \\
\dot{R}_{ec} &= \dot{\tilde{R}} R_d = -(\hat{u}_{Rc} + (\bar{R} u_{Re})^{\wedge}) R_{ec} \\
\dot{p}_{ee} &= \dot{p} - \dot{\tilde{p}} = -u_{pe} + \hat{p} u_{Rc} + R v_{wo} - (-u_{pc} + \hat{\tilde{p}} u_{Rc} - u_{pe}) \\
&= \hat{p}_{ee} u_{Rc} + u_{pe} + R v_{wo} \\
\dot{R}_{ee} &= \dot{\tilde{R}}^T R + \bar{R}^T \dot{R} = -\bar{R}^T \dot{\tilde{R}} \bar{R}^T R + \bar{R}^T \dot{R} \\
&= \bar{R}^T \hat{u}_{Rc} R + \hat{u}_{Re} \bar{R}^T R - \bar{R}^T \hat{u}_{Rc} R + \bar{R}^T R \hat{\omega}_{wo} \\
&= \hat{u}_{Re} R_{ee} + R_{ee} \hat{\omega}_{wo}
\end{aligned}$$

これらの微分方程式を行列表現すると,

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ec} \\ (\dot{R}_{ec} R_{ec}^T)^{\vee} \\ \dot{p}_{ee} \\ (\dot{R}_{ee} R_{ee}^T)^{\vee} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{\tilde{p}} & -I & 0 \\ 0 & -I & 0 & -\bar{R} \\ 0 & \hat{p}_{ee} & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{pc} \\ u_{Rc} \\ u_{pe} \\ u_{Re} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ R & 0 \\ 0 & R_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{wo} \\ \omega_{wo} \end{bmatrix} \tag{6.49}$$

となる. また観測方程式は前節で求めたように,

$$y = e_e + w \tag{6.50}$$

とする. このとき視覚による相対位置姿勢制御問題はつぎのように定式化される.

相対位置姿勢推定問題 :　システム (6.49) に対して以下の設計基準を満足する制御則 $u := [u_{pc}^T \; u_{Rc}^T \; u_{pe}^T \; u_{Re}^T]^T$ を観測量 y を利用して設計せよ.

1. 外乱 $r_e = [V_{wo}^T \; w^T]^T = 0$ のときに, $(p_{ec}, R_{ec}, p_{ee}, R_{ee})$ が $(0, I, 0, I)$ において指数安定となる.
2. 任意の外乱 $r_e \in L_2$ に対して, r_e から制御出力,

$$e := \begin{bmatrix} e_{pc} \\ e_{Rc} \\ e_{pe} \\ e_{Re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{ec} \\ e_R(R_{ec}) \\ p_{ee} \\ e_R(R_{ee}) \end{bmatrix}$$

までの L_2 ゲインを $\gamma > 0$ 以下にする.

この問題をとく前につぎの補題を証明しておく.

補題 6.3 $V_{wo} = 0$ のとき式 (6.49) の入力 u から出力

$$\nu = \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{p}_d & -I & 0 & 0 \\ -I & 0 & I & 0 \\ 0 & -\bar{R}^T & 0 & I \end{bmatrix} e \tag{6.51}$$

は, 受動性を満足する.

証明： 蓄積関数候補として,

$$V = \frac{1}{2}\|p_{ec}\|^2 + \phi(R_{ec}) + \frac{1}{2}\|p_{ee}\|^2 + \phi(R_{ee}) \tag{6.52}$$

を考える. この時間微分を計算すると,

$$\dot{V} = e^T \begin{bmatrix} \dot{p}_{ec} \\ (R_{ec}^T \dot{R}_{ec})^\vee \\ \dot{p}_{ee} \\ (\dot{R}_{ee} R_{ee}^T)^\vee \end{bmatrix} \tag{6.53}$$

となる. これに式 (6.49) を代入して $V_{wo} = 0$ とすると,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_{pc}^T(-u_{pc} + \hat{e}_{pc}u_{Rc} + \hat{p}_d u_{Rc} - u_{pe}) - e_{Rc}^T(u_{Rc} + \bar{R}u_{Re}) + e_{pe}^T(\hat{p}_{ee}u_{Rc} + u_{pe}) + e_{Re}^T u_{Re} \\ &= -e_{pc}^T u_{pc} + e_{pc}^T \hat{p}_d u_{Rc} - e_{pc}^T u_{pe} - e_{Rc}^T u_{Rc} - e_{Rc}^T \bar{R} u_{Re} + e_{pe}^T u_{pe} + e_{Re}^T u_{Re} \\ &= u^T \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{p}_d & -I & 0 & 0 \\ -I & 0 & I & 0 \\ 0 & -\bar{R}^T & 0 & I \end{bmatrix} e \end{aligned}$$

となる. ここで $e_{pc}^T \hat{e}_{pc} u_{Rc} = 0$, $e_{pe}^T \hat{p}_{ee} u_{Rc} = e_{pe}^T \hat{e}_{pe} u_{Rc} = 0$ の変形を利用した.

(Q.E.D.)

6.5.2　内部安定性の解析

本節では $r_e = 0$ の場合に指数安定性を満足するための入力 u を計算する. $r_e = 0$ の条件から

$$y = e_e$$

が成立する. また (p_d, R_d) は事前情報として与えられているため, $e_c := [e_{pc}^T \; e_{Rc}^T]^T$ は計算可能である. そこで入力として

$$\begin{aligned} u &= -K\nu \\ &= -\begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ -R_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6.54}$$

であたえることを提案する. ここで, として, K_c, K_e はそれぞれ 6×6 の正定対称行列, $R_2 := \mathrm{diag}(I, \bar{R}) \in SO(6)$, $B : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^{6\times 6}$ で, 任意のベクトル $a \in \mathbf{R}^3$ に対して,

$$B(a) := \begin{bmatrix} -I & 0 \\ -\hat{a} & -I \end{bmatrix}$$

で定義される. この入力を利用するとつぎの内部安定性に関する結果がえられる.

定理 6.3 $d = 0$ とする. 入力として式 (6.54) を選ぶ. ならば式 (6.54) と (6.49) からなる閉ループ系は

$$V = \frac{1}{2}\|p_{ec}\|^2 + \phi(R_{ec}) + \frac{1}{2}\|p_{ee}\|^2 + \phi(R_{ee}) \tag{6.55}$$

に関して指数安定な平衡点 $(p_{ec}, R_{ec}, p_{ee}, R_{ee}) = (0, I, 0, I)$ をもつ.

ここで初期状態 $(p_{ec}(0), R_{ec}(0), p_{ee}(0), R_{ee}(0))$ は $V(0) < 1$ を満足していると仮定する.

証明： 正定関数

$$V = \frac{1}{2}\|p_{ec}\|^2 + \phi(R_{ec}) + \frac{1}{2}\|p_{ee}\|^2 + \phi(R_{ee})$$

を式 (6.54) と (6.49) からなる閉ループ系の解軌道に沿って時間微分すると, 補題 6.3 の証明から,

$$\dot{V} = -\begin{bmatrix} e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^T(p_d) & -R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ -R_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix}$$

が成立する. 行列

$$\begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ -R_2^T & I \end{bmatrix}$$

が任意の p_d および $\bar{R}$ に関して正則な行列であることから, $\dot{V}$ は任意の e に関して非正であり, 0 となるのは $e = 0$ のときのみである. R_2 は特殊直交行列の元であることから

$$\dot{V} \leq -\beta_d \|e\|^2 \tag{6.56}$$

を満足する K_{pc},K_{Rc},K_{pe},K_{Re} および p_d から決定され, 状態に無関係で有界な定数 $\beta_d > 0$ が存在する. V は非増加関数であるので, $V(0) < 1$ ならば任意の時刻に関して $\phi(R_{ec}) < 1$, $\phi(R_{ee}) < 1$ が成立する. つまり関数 V はつぎの上限値および下限値が存在する.

$$\beta_2 \|e\|^2 \leq V(t) \leq \beta_1 \|e\|^2 \tag{6.57}$$

ここで $\beta_1 \geq \beta_2 > 0$ である有界な正の数である. これから

$$\frac{\dot{V}}{V} \leq -\frac{\beta_d \|e\|^2}{\beta_1 \|e\|^2} := -\zeta \tag{6.58}$$

が成立する. ここで $\zeta > 0$ は有界な定数である. この両辺を 0 から t まで積分すると

$$\ln \frac{V(t)}{V(0)} \leq -\zeta t$$

が成立する. つまり,

$$V(t) \leq V(0) e^{-\zeta t} \tag{6.59}$$

となる正定関数 V が存在することが示せる.

(Q.E.D.)

式 (6.44) と式 (6.54) から制御入力 u_c を計算すると

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{p}} \\ (\dot{\bar{R}}\bar{R}^T)^\vee \end{bmatrix} = -(B^T(\bar{p}) K_c B(p_d) e_c + R_2 K_e R_2^T) e_c - R_2 K_e y$$

$$u_c = -K_c B(p_d) e_c \tag{6.60}$$

となる.

6.5.3 L_2ゲイン制御性能解析

本節では外乱 $r_e = [V_{wo}^T \; w^T]^T$ が加わる場合の L_2 ゲインによる外乱減衰特性の解析を行う. 式 (6.20) と (6.44) を連立させることで誤差システム $(p_{ec}, R_{ec}, p_{ee}, R_{ee})$ の微分方程式を計算すると, 式 (6.49) がえられることを示した. このとき制御則としては式 (6.54) を利用すれば, $r_e = 0$ の場合の安定性は証明することが可能となった. そこで $r_e \neq 0$ の場合の V の時間微分を計算すると, つぎのように与えられる.

$$\dot{V} = e^T \begin{bmatrix} B^T(p_d) & -R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} u + e^T \begin{bmatrix} 0 \\ R_1 \end{bmatrix} V_{wo} \tag{6.61}$$

ここで式 (6.54) を代入するのだが, 観測方程式 $y = e_e + w$ で与えられるので, $\dot{V}$ は, つぎのようになる.

$$\begin{aligned} \dot{V} = &-e^T \begin{bmatrix} B^T(p_d) & -R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ -R_2^T & I \end{bmatrix} e \\ &+e^T \begin{bmatrix} 0 & R_2 \\ R_1 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{wo} \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6.62}$$

この式を平方完成を利用して適切に変形する.

$$\begin{aligned} \dot{V} = &\frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 - \frac{1}{2}\|e\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r_e - \frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & R_1^T \\ R_2^T & -I \end{bmatrix} e\|^2 \\ &-e^T \begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_2^T & I \end{bmatrix} e \\ &+\frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2\gamma^2} e^T \begin{bmatrix} R_2 K_e^2 R_2^T & -R_2 K_e^2 \\ -K_e^2 R_2^T & I + K_e^2 \end{bmatrix} e \end{aligned}$$

最悪外乱として

$$r_e = \frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & R_1^T \\ R_2^T & -I \end{bmatrix} e$$

とすると, 任意の r_e に関しては

$$\begin{aligned} \dot{V} + \frac{1}{2}\|e\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 \leq &-e^T \begin{bmatrix} B^T(p_d) K_c B(p_d) + R_2 K_e R_2^T & R_2 K_e \\ K_e R_2^T & K_e \end{bmatrix} e \\ &+\frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2\gamma^2} e^T \begin{bmatrix} R_2 K_e^2 R_2^T & -R_2 K_e^2 \\ -K_e^2 R_2^T & I + K_e^2 \end{bmatrix} e \end{aligned}$$

を満足する. ここで任意の e に関して微分消散不等式

$$\dot{V} + \frac{1}{2}\|e\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r_e\|^2 \leq 0 \tag{6.63}$$

を満足するための十分条件として, 行列

$$P = \begin{bmatrix} B^T(p_d)K_cB(p_d) + R_2K_eR_2^T & R_2K_e \\ K_eR_2^T & K_e \end{bmatrix} - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}\begin{bmatrix} R_2K_e^2R_2^T & -R_2K_e^2 \\ -K_e^2R_2^T & I + K_e^2 \end{bmatrix} \tag{6.64}$$

の準正定性が保証されることにある. 以上の議論をまとめるとつぎの定理がえられる.

定理 6.4 適当な定数 $\gamma > 0$ を与える. 制御則 (6.60) のゲインとして $P \geq 0$ が成立するならば, 制御則 (6.60) と剛体の運動モデル (6.20) およびカメラのモデル (6.25) からなる閉ループ系は, γ 以下の L_2 ゲインを有する.

証明： この定理の直前の議論より自明.

(Q.E.D.)

定理 6.3 および 6.4 より, 次の命題が成立する.

命題 6.3 もし $P \geq 0$ ならば, 制御則 (6.60) は視覚による相対位置姿勢制御問題の解である.

証明： $P \geq 0$ を満足するならば,

$$\begin{bmatrix} B^T(p_d)K_cB(p_d) + R_2K_eR_2^T & R_2K_e \\ K_eR_2^T & K_e \end{bmatrix} \geq \frac{1}{2}I + \frac{1}{2\gamma^2}\begin{bmatrix} R_2K_e^2R_2^T & -R_2K_e^2 \\ -K_e^2R_2^T & I + K_e^2 \end{bmatrix} > 0$$

が成立する. つまり,

$$\begin{bmatrix} B^T(p_d)K_cB(p_d) + R_2K_eR_2^T & R_2K_e \\ K_eR_2^T & K_e \end{bmatrix} > 0$$

である. この不等式が成立するための必要十分条件は,

$$B^T(p_d)K_cB(p_d) > 0$$

$$K_e > 0$$

であり, $B(p_d)$ は任意の p_d に関して正則な行列であるので, $K_c > 0$ が成立する. つまり定理 6.3 および 6.4 の仮定を満足するので内部安定性と L_2 ゲイン制御性能を満足する.

(Q.E.D.)

注意 6.2 ゲイン条件 $P \geq 0$ が任意の $\bar{R}$ に関して成立するための K_c, K_e の決定法について考える. 行列 P はつぎのブロック構造をもつ対称行列である.

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix}$$

$$A := B(p_d)K_c B^T(p_d) + R_2 K_e R_2^T - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}R_2 K_e^2 R_2^T$$

$$B := R_2 K_e + \frac{1}{2\gamma^2}R_2 K_e^2$$

$$C := K_e - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}(I + K_e^2)$$

対称行列 P が準正定行列となる必要十分条件は, 任意の $\varepsilon > 0$ に対して,

$$P + \varepsilon I > 0$$

が成立する場合である [42]. $P + \varepsilon I > 0$ となる必要十分条件は任意の $\varepsilon > 0$ に対して,

$$C + \varepsilon I > 0$$

$$A - B(C + \varepsilon I)^{-1}B^T + \varepsilon I > 0$$

である. つまり定理 6.2 でのオブザーバゲイン K_e の条件 (6.41) は $P \geq 0$ となるための必要条件である. また $A - B(C + \varepsilon I)^{-1}B^T + \varepsilon I > 0$ が成立するためには C の最小固有値を十分に大きくなるように K_e を選択し, そのあとで K_c を条件が成立するように選ぶ必要がある.

6.6 マニピュレータダイナミクスへの拡張

本節では前節で設定した仮の仮定 (6.2) を取り除くことを考える. つまり式 (6.60) で決定される制御入力 u_c は, マニピュレータのヤコビアン J_b を用いて,

$$J_b(q)\dot{q} = u_c \tag{6.65}$$

で生成される. また $\dot{q}$ は直接には制御できずに, マニピュレータダイナミクスを考慮しなくてはならない.

6.6.1 問題設定

マニピュレータダイナミクスを考慮する視覚フィードバック制御問題を定式化する前につぎの仮定をおく.

仮定 6.3 マニピュレータの自由度は $n = 6$ とし, ヤコビアン J_b は正則行列である.

本仮定は冗長性や特異姿勢といったマニピュレータの運動学上の難しい問題を回避し, 視覚フィードバック制御問題に焦点をあてて考察していくことをあらわしている.

この仮定によりマニピュレータの関節角速度 $\dot{q}$ が,

$$\dot{q} = J_b^{-1} u_c \tag{6.66}$$

と計算できる. しかし $\dot{q}$ を直接操作することはできず, 制御入力としてはマニピュレータのアクチュエータへ入力するトルクであり, それと関節速度 $\dot{q}$ の間には,

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + d \tag{6.67}$$

なるマニピュレータダイナミクスが存在することは 2.2 節において述べたとおりである. q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ はそれぞれ各関節の角度, 角速度, 角加速度であり, τ は制御入力, d はトルク外乱入力である. そこで式 (6.66) で計算される角速度を目標値として, その誤差ベクトルを

$$\xi := \dot{q} - J_b^{-1} u_c \tag{6.68}$$

とする. ξ の時間に関する微分を計算すると,

$$\dot{\xi} = \ddot{q} + J_b^{-1}\dot{J}_b J_b^{-1} u_c - J_b^{-1}\dot{u}_c \tag{6.69}$$

となる. ここで $\dot{u}_c$ は,

$$\dot{u}_c = \begin{bmatrix} K_{pc}\dot{\tilde{p}} \\ K_{Rc}\hat{p}_d\dot{\tilde{p}} + K_{Rc}(\mathrm{sk}(R_d\dot{\tilde{R}}^T))^\vee \end{bmatrix} \tag{6.70}$$

であり, 推定値 $(\dot{\tilde{p}}, \dot{\tilde{R}})$ は観測量 y を利用して式 (6.60) により計算可能である.

そこでつぎのような制御則

$$\tau = u_\xi + M(q)(J_b^{-1}\dot{u}_c - J_b^{-1}\dot{J}_b J_b^{-1} u_c) + C(q,\dot{q})J_b^{-1} u_c + g(q) \tag{6.71}$$

を考えた場合マニピュレータダイナミクス (6.67) との閉ループ系は,

$$M(q)\dot{\xi} + C(q,\dot{q})\xi = u_\xi + d \tag{6.72}$$

となる. ここで u_ξ が制御目標を達成するための制御入力となる. そして前節で議論してきた視覚フィードバック制御システムのモデルとの結合を考える.

$$M(q)\dot{\xi} = -C(q,\dot{q})\xi + u_\xi + d \tag{6.73}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ec} \\ (R_{ec}^T\dot{R}_{ec})^\vee \\ \dot{p}_{ee} \\ (\dot{R}_{ee}R_{ee}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{\bar{p}} \\ 0 & I \\ 0 & \hat{p}_{ee} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} J_b(q)\xi + \begin{bmatrix} -I & \hat{\bar{p}} & -I & 0 \\ 0 & I & 0 & -\bar{R} \\ 0 & \hat{p}_{ee} & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c \\ u_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ R & 0 \\ 0 & R_{ee} \end{bmatrix} V_{wo} \tag{6.74}$$

$$\begin{bmatrix} u_c \\ u_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -B(p_d) & 0 \\ -R_2^T & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ y \end{bmatrix} \tag{6.75}$$

$$y = e_e + w \tag{6.76}$$

なおこのモデルのブロック線図をかくと図 6.2 ようになる. このシステムに関してマニピュレータダイナミクスを考慮した 3 次元視覚フィードバック制御問題は以下のようになる.

視覚フィードバック制御問題： ある定数 $\gamma > 0$ を与える. システム (6.73)–(6.76) に対して制御則 u_ξ をつぎの制御目標を満足するように構成する.

1. 外乱 $r := [d^T\ V_{wo}^T\ w^T]^T = 0$ の場合に $(\xi, p_{ec}, R_{ec}, p_{ee}, R_{ee}) = (0,0,I,0,I)$ が指数安定な平衡点となる.
2. 外乱 $r \in L_2$ の場合に r から制御出力 $[\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]^T$ への L_2 ゲインを γ 以下にする.

注意 6.3 視覚フィードバック制御問題の状態空間は $\mathbf{R}^6 \times SE(3) \times SE(3)$ となっている. 視覚フィードバックシステムは物理的に考えると, マニピュレータのオイラーラグランジュ運動方程式の状態 $\dot{q} \in \mathbf{R}^6$ と $q \in \mathbf{R}^6$ と対象の運動方程式 (6.14)(6.15) の状態 $g_{wo} \in SE(3)$ である. しかしアイインハンドの仮定から $\mathbf{R}^6 \to SE(3)$ なる写像がマニピュレータの順

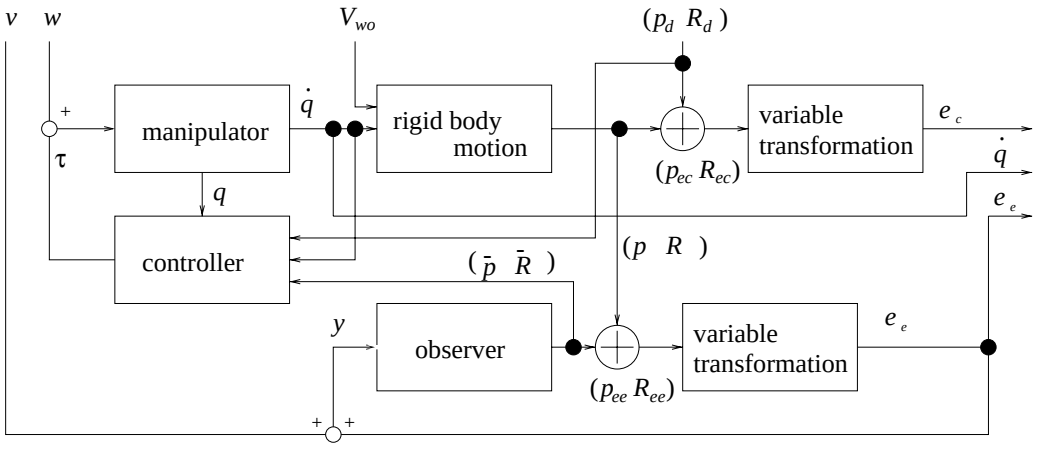

図 6.2: Block diagram of 3D visual feedback system including the manipulator dynamics. $\oplus$ denotes $(p_1, R_1) \oplus (p_2, R_2) = (p_1 - p_2, R_1 R_2^T) \in SE(3)$. The variable transformation block computes the error vector defined as $e(p, R) = [p^T\ e_R^T(R)]^T$.

運動学により与えられる．またヤコビアン J_b の正則性の仮定からその写像は微分同相であることが保証されている．よって視覚フィードバック制御問題で考えている状態空間 $\mathbf{R}^6 \times SE(3) \times SE(3)$ と一致する．

6.6.2 視覚フィードバック制御則の提案と内部安定性の解析

本節で視覚フィードバック制御則は次のような構造を考える．

$$u_\xi = -J_b^T B(p_d) e_c - K_\xi \xi \tag{6.77}$$

ここで $K_\xi \in \mathbf{R}^{6\times 6}$ は正定対称行列とする．リアプノフ関数候補として

$$W = \frac{1}{2}\xi^T M(q)\xi + V(p_{ec}, R_{ec}, p_{ee}, R_{ee}) \tag{6.78}$$

の正定関数を考える．ここで V は前節で利用したリアプノフ関数

$$V = \frac{1}{2}\|p_{ec}\|^2 + \phi(R_{ec}) + \frac{1}{2}\|p_{ee}\|^2 + \phi(R_{ee})$$

である．

注意 6.4 制御則およびリアプノフ関数の構成は 3–5 章で考察した平面マニピュレータの場合を拡張した構造となっていることに注意して欲しい．運動エネルギーに相当する式

(6.78) の第 1 項目は平面マニピュレータの場合の正定関数 (4.12) の第 1 項と同じものである. また正定関数 (4.12) の第 2 項目は画像面上のポテンシャル関数を示しているのに対して, 式 (6.78) の第 2 項目は 3 次元位置姿勢推定誤差も含んだ 3 次元位置姿勢ポテンシャルに相当している.

$r = 0$ の場合, 正定関数 W の時間微分にシステム (6.73)–(6.76) の解軌道を代入すると,

$$\begin{aligned}\dot{W} =& -\xi^T(J_b^T B(p_d)e_c + K_\xi \xi) + \frac{1}{2}\xi^T(\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q}))\xi \\ &+ e_c^T B^T(p_d) J_b \xi + \begin{bmatrix} u_c^T & u_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix} \\ =& -\xi^T K_\xi \xi - \begin{bmatrix} e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix}\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_2^T & I \end{bmatrix}$$

は任意の p_d と $\bar{R}$ に対して正定行列となることから, 正定関数 W の時間微分は任意の $[\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]$ に関して 0 以下となる. よってつぎの定理が導出できる.

定理 6.5 任意の 3 つの正定行列 $K_\xi \in \mathbf{R}^{6\times 6}$ と $K_c \in \mathbf{R}^{6\times 6}$, $K_e \in \mathbf{R}^{6\times 6}$ を考える. $r = 0$ のときシステム (6.73)–(6.76) と制御則 (6.77) からなる閉ループ系において, $W(0) < 1$ となる初期状態から出発するすべての解は平衡点, $\xi = 0$, $p_{ec} = 0$, $R_{ec} = I$, $p_{ee} = 0$, $R_{ee} = I$ へ指数的に収束する.

証明： W の時間微分は非正であるから W は非増加関数である. よって任意の時刻において $W < 1$ つまり, $\phi(R_{ce}) < 1$ $\phi(R_{ee}) < 1$ を満足する. よってマニピュレータダイナミクスの性質 2.1 を利用すると関数 W は

$$W \le \beta \|x\|^2 \tag{6.79}$$

を満足する有界な定数 $\beta > 0$ が存在する. ここで $x := [\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]^T \in \mathbf{R}^{18}$ である. また行列

$$\begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_2^T & I \end{bmatrix}$$

に関しては, R_2 は特殊直交行列の元であることから, 状態 ξ, p_{ec}, R_{ec}, p_{ee}, R_{ee}, に関して無関係で有界な定数ベクトル $\beta_w > 0$ が存在し,

$$\sigma_m \left(\begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_2^T & I \end{bmatrix} \right) \geq \beta_w$$

を満足する. よって,

$$\frac{\dot{W}}{W} \leq -\frac{\min(\sigma_m(K_\xi), \beta_w)\|x\|^2}{\beta\|x\|^2} = -\eta \tag{6.80}$$

を満足する有界な正の定数 η が存在する. この両辺を 0 から t まで積分すると

$$W(t) \leq W(0)e^{-\eta t} \tag{6.81}$$

が成立する.

(Q.E.D.)

6.6.3 視覚フィードバック制御則の L_2 ゲイン解析

本節では平面マニピュレータに関する視覚フィードバック制御則の場合と同様にトルク外乱や対象の未知運動, そして視覚情報の雑音から制御出力 $z = [\xi^T \ e_c^T \ e_e^T]^T$ への L_2 ゲインを評価基準にその値を γ 以下にするためのゲイン K_ξ, K_c, K_e の決定法を与える.

L_2 ゲインによる制御性能解析を行う上で重要になる正定関数候補としては, 4 章の場合と同様にリアプノフ関数 W を利用する. この W を式 (6.73)–(6.76) と制御則 (6.77) からなる閉ループ系の解軌道に沿って時間微分すると,

$$\begin{aligned} \dot{W} = &-\xi^T K_\xi \xi - \begin{bmatrix} e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_1 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_1^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix} \\ &+\xi^T d + \begin{bmatrix} e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & R_3 \\ R_2 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{wo} \\ w \end{bmatrix} \end{aligned}$$

をえる. 上式を平方完成を利用して適切に変形する.

$$\begin{aligned} \dot{W} = &\frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2 - \frac{1}{2}\|[\xi^T \ e_c^T \ e_e^T]^T\|^2 \\ &-\frac{\gamma}{2}\|d - \frac{1}{\gamma^2}\xi\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\| \begin{bmatrix} V_{wo} \\ w \end{bmatrix} - \frac{1}{\gamma^2} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & R_2^T \\ R_3^T & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix} \|^2 \end{aligned}$$

$$-\xi^T K_\xi \xi - \begin{bmatrix} e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_1 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_1^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix}$$
$$+\frac{1}{2}\|[\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]^T\|^2 + \frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} \xi^T & e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & R_3 K_e^2 R_3^T & -R_3 K_e^2 \\ 0 & -K_e^2 R_3^T & I + K_e^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ e_c \\ e_e \end{bmatrix}$$

つまり最悪外乱として,

$$r = \frac{1}{\gamma^2} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_2^T \\ 0 & R_3^T & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ e_c \\ e_e \end{bmatrix}$$

とすると, 任意の d に関して,

$$\dot{W} + \frac{1}{2}\|[\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]^T\|^2 - \frac{\gamma^2}{2}\|r\|^2$$
$$\leq -\xi^T K_\xi \xi - \begin{bmatrix} e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^T(p_d) & R_1 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ R_1^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix}$$
$$+\frac{1}{2}\|[\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]^T\|^2 + \frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} \xi^T & e_c^T & e_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & R_3 K_e^2 R_3^T & -R_3 K_e^2 \\ 0 & -K_e^2 R_3^T & I + K_e^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ e_c \\ e_e \end{bmatrix}$$

が成立する. よって任意の $[\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]^T$ に関して微分消散不等式を満足するための十分条件としては, つぎの二つの行列

$$P = \begin{bmatrix} B^T(p_d) K_c B(p_d) + R_1 K_e R_1^T & R_1 K_e \\ K_e R_1^T & K_e \end{bmatrix}$$
$$-\frac{1}{2} I - \frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} R_3 K_e^2 R_3^T & -R_3 K_e^2 \\ -K_e^2 R_3^T & I + K_e^2 \end{bmatrix} \tag{6.82}$$
$$Q = K_\xi - \frac{1}{2} I - \frac{1}{2\gamma^2} I \tag{6.83}$$

の準正定性が保証されることにある. 以上の議論をまとめるとつぎの定理がえられる.

定理 6.6 適当な定数 $\gamma > 0$ を与える. 制御則 (6.77) のゲインとして $P \geq 0$ および $Q \geq 0$ が成立するように選択するならば, 式 (6.73)–(6.76) と制御則 (6.77) からなる閉ループ系は, 外乱入力 r から出力 $[\xi^T\ e_c^T\ e_e^T]^T$ に関して γ 以下の L_2 ゲインを有する.

証明： この定理の直前の議論より自明.

(Q.E.D.)

定理 6.5 および 6.6 より, 次の命題が成立する.

命題 6.4 もし制御ゲイン K_ξ, K_c, K_e が, $P \geq 0$ および $Q \geq 0$ を満足するように選ばれるならば, 制御則 (6.77) は視覚フィードバック制御問題の解となる.

証明： 命題 6.3 より, $P \geq 0$ ならば $K_c > 0$ かつ $K_e > 0$ が成立する. また $Q \geq 0$ であるから,

$$K_\xi \geq \frac{1}{2}I + \frac{1}{2\gamma^2}I > 0$$

であるので $Q \geq 0$ ならば $K_\xi > 0$ となる.

(Q.E.D.)

6.7 シミュレーション例

本節では 6.5 節のマニピュレータダイナミクスは適切な制御ループにより保証され, 速度入力可能な仮定のもとでの制御則に関するシミュレーションにより, 新しく提案した $SE(3)$ 上の誤差関数を利用した制御性能解析法についての有効性などを確認する. 現実にはマニピュレータダイナミクスを考慮した系全体を考えることは重要であるが, 本章で重要な提案は $SE(3)$ の誤差関数であり, その性質を確認するためには, 状況を限定したシミュレーションを行う必要がある.

6.7.1 状況の設定

カメラの運動 u_c を直接指令可能である仮定のもとで, 図 6.3 の設定で視覚フィードバックシステムのシミュレーションを行った. 物体は 9 つの特徴点で与えられる.

初期状態および目標位置姿勢はそれぞれ

$$p_{wo}(0) = [0.0\ 0.0\ 1.25]^T[\mathrm{m}] \quad R_{wo}(0) = e^{([0\ \pi/8\ \pi/8]^T)^\wedge}$$

$$p_{wc}(0) = [0.0\ 0.0\ 0.0]^T[\mathrm{m}] \quad R_{wc}(0) = I$$

$$p_{wc}(0) = [0.0\ 0.0\ 1.0]^T[\mathrm{m}] \quad R_{wc}(0) = I$$

$$p_d = [0.0\ 0.0\ 1.0]^T[\mathrm{m}] \quad R_d = I$$

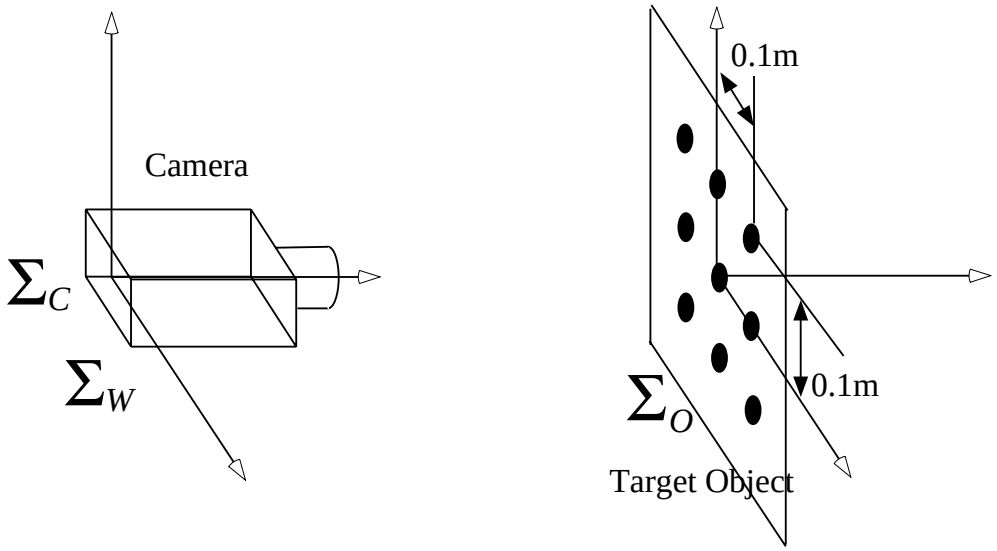

図 6.3: Simulation setup

とする. 対象座標 Σ_{wo} は,

$$p_{wo}(t) = [0.0\ 0.0\ 1.0 + .25\sin(2\pi ft)]^T[\mathrm{m}] \quad R_{wo}(t) = e^{(\pi/8[\sin(2\pi ft)\ \ \cos(2\pi ft)\ \ \cos(2\pi ft)]^T)\wedge}$$

で位置姿勢が変化する. ここで $f = 0.24(\mathrm{Hz})$ とする.

カメラモデルは焦点距離 $\lambda = 2180$ として, サンプリング周期は, $1/120[\mathrm{s}]$ とする. また画像処理の誤差として, $[-3, 3]$ の一様雑音を付加した.

推定器のゲイン K_e と, 制御ゲイン K_c はつぎの組み合わせでシミュレーションした.

1. 制御ゲイン $K_c = 75.0I$ で固定して, 推定器のゲインを $K_{e1} = I$, $K_{e2} = 10.0I$, $K_{e3} = 30.0I$ とする.
2. 推定器のゲイン $K_e = 20.0I$ で固定して, 制御則のゲインを $K_{c1} = I$, $K_{c2} = 25.0I$, $K_{c3} = 50.0I$ とする.

6.7.2　シミュレーション結果と考察

シミュレーションは Mathworks 社の MATLAB を利用し, 微分方程式を解くためにオイラー法を利用した. 図 6.4–6.6 には, 制御則のゲイン $K_c = 75.0I$ に固定して, K_e を変化させたものを, 図 6.7–6.9 には, 推定器のゲインを $K_e = 20.0I$ に固定して, K_c を変化させたものを示す. それぞれの図は左に相対位置 p_{co} で上から順に X_c, Y_c, Z_c 方向を, 右に相対

姿勢 R_{co} の等価回転角表現を上から順に X_c, Y_c, Z_c 方向を示す. p_{co} の Z_c 方向は 1.0[m], それ以外は 0 が目標値である.

図 6.7–6.9 の結果では K_c が大きくなるほど, 目標値と一致しているのが確認できる. これは注意 6.2 の考察で, K_c のノルムが大きくなるほど, より小さい $\gamma > 0$ に対して, 行列 $A - B(C + \varepsilon I)^{-1}B^T + \varepsilon I > 0$ を保証できる. つまり外乱からの影響の減衰効果が顕著になるためである.

図 6.4–6.6 の結果では K_e が小さくなると, 目標値との誤差が大きくなり, K_e が大きくなるとその値が振動的になっていることが確認できる. この理由は注意 6.2 での行列 C の構造から説明できる. 行列 C の構造は,

$$C := K_e - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2\gamma^2}(I + K_e^2)$$

である. K_e を 0 へ近づけると, C の準正定性を保証する γ が大きくなる. 逆に K_e を大きくしても, K_e^2 の項の影響が大きくなり, やはり γ を大きくしないと C の準正定性を保証できない.

よってこのシミュレーションは L_2 ゲインにより 3 次元の相対位置姿勢制御の性能を評価する妥当性を示しているといえる.

6.7.3 モデルの不確かさに対するロバスト性の確認

本節ではカメラモデルにつぎの 2 つのタイプの不確かさが存在した場合のシミュレーションを行い, ロバスト性の確認を行った.

1. 焦点距離の公称値は $\lambda = 2180$ であったが, 実際には 1.2 倍の $\lambda = 2616$ である場合.
2. 画像情報 f が, 画像処理 (特徴点の抽出など) により 1 サンプル (1/120 秒) の時間遅れが生じた場合.

本章ではもちろんこれらモデルの不確かさに対するロバスト性は考慮していないが, 提案する制御則の問題点などを知るためにもモデルに不確かさが存在するシミュレーションを行うことは重要である.

上記 2 つの不確かさが存在する場合以外にはシミュレーションの設定は, 6.7.1 節で述べたものと同じものとする. またゲインは $K_c = 75.0I$, $K_e = 20.0I$ とした. なお図 6.10 には

不確かさが存在しない場合の相対位置姿勢の応答を示している. 目標値によく一致しており, 良好な特性を示していることに注意してもらいたい.

図 6.11 には焦点距離に不確かさが存在した場合の相対位置姿勢の応答を示している. 相対位置 p_{co} の Z_c 方向以外は良好な応答を示しているが, z 方向は, 1.2[m] の位置にとどまっており, およそ 0.2[m] のオフセットを生じている. 焦点距離が 1.2 倍になった影響により, 対象の奥行きが見かけ上 1/1.2 倍, つまり 1.2[m] が目標値となってしまうためである.

つぎに 1 サンプルの時間遅れが生じた場合の結果を図 6.12 に示す. 応答が発散してしまい, 不安定となっていることがわかる. つまり公称モデルに対する外乱抑圧の制御性能は非常に良好であるが, むだ時間などのモデル化されない不確かさに対するロバスト性は非常に乏しくなっていることがわかる. つぎに 1 サンプルの時間遅れが生じた場合でゲインを $K_c = 50.0I$ と $K_e = 20.0I$ とした場合の応答を図 6.13 に示す. 図 6.12 の場合とは異なり, 応答が発散する現象は見られなくなった. しかし公称モデルに対する結果である図 6.9 の場合と比べると, 応答が振動的になっているのがわかると思われる. 制御ゲイン $K_c = 25.0I$ とした場合 (図 6.14) は, その振動も収まり公称モデルに対する結果である図 6.8 とほぼ同じ応答を示している. つまり時間遅れなどのモデル化されない動特性に関してロバストな安定性を保つ場合には制御ゲインを減少させる必要があることがシミュレーションから確認できた.

しかし注意 6.2 で述べたように制御ゲインを減少させる場合 L_2 ゲインの意味での外乱抑制性能の劣化を招いてしまう. つまり, 外乱抑制性能と時間遅れに対するロバスト安定性においてはトレードオフの関係が生じていることが確認できた.

6.8　おわりに

本章では 3–5 章で考察してきた平面マニピュレータの視覚フィードバック制御問題を 3 次元位置姿勢の視覚フィードバック制御問題に拡張を行った. 平面マニピュレータの制御問題の解決法と基本的には同じであり, 外乱が存在しない場合に安定性を保証し, 対象の運動などの外乱が存在する場合の外乱減衰特性を有するようにゲインの決定法を与えるという 2 段階の方法を採用した. その際にポテンシャルエネルギー関数を適切に定めることで, リアプノフ関数や L_2 ゲイン解析のための蓄積関数を構成した.

3 次元位置姿勢の視覚フィードバック制御と平面マニピュレータの視覚フィードバック

制御において大きく異なる点は, 3 次元空間上の姿勢の一致を考慮しなくてはならないことである. 本章では回転行列の集合 $SO(3)$ 上のノルムを定義して, そのノルムが 0 へ収束することで姿勢の一致を記述した. このノルムの定義にあたっては, $SO(3)$ がリー群となるための基本的な性質を利用していることに注意して欲しい. つまり平面マニピュレータの視覚フィードバック制御で考察した消散システム論的アプローチと, 3 次元中の位置姿勢の一致を考慮するための微分幾何的アプローチを組み合わせることで, 従来, 安定性の解析すら困難であった 3 次元の位置姿勢の制御問題を解決することができた.

本章で提案した 3 次元運動に関する視覚フィードバック制御則はまだまだ解決すべき課題が多い. 6.7.3 節で見たようにモデルの不確かさに対するロバスト性が乏しくなる可能性を有している. とくに画像処理などにより生じる時間遅れなどのロバスト性は, 視覚フィードバック制御においては重大な問題となるであろう.

また制御則の計算量の問題もある. 提案した制御則は観測量 y を求めるために画像ヤコビアン J の疑似逆行列を要求している. またマニピュレータのヤコビアン J_b の逆行列の計算も必要となる. このような逆行列が必要とされる制御則は計算の困難さが増加する.

このようにいくつかの問題点が存在するが, 3 次元の視覚フィードバック制御の解析で利用可能であるリアプノフ関数や蓄積関数がマニピュレータの受動性に基づく制御と同様に運動エネルギー相当の関数と, ポテンシャルエネルギー関数の和で構成可能であることを示せたことは非常に興味深い. つまり, 本章の結果を利用するならば, マニピュレータの関節空間での非線形制御でえられている (もしくは今後えられるであろう) 知見を簡単にそして自然な形で 3 次元の視覚フィードバック制御問題へ拡張することが可能となると思われる.

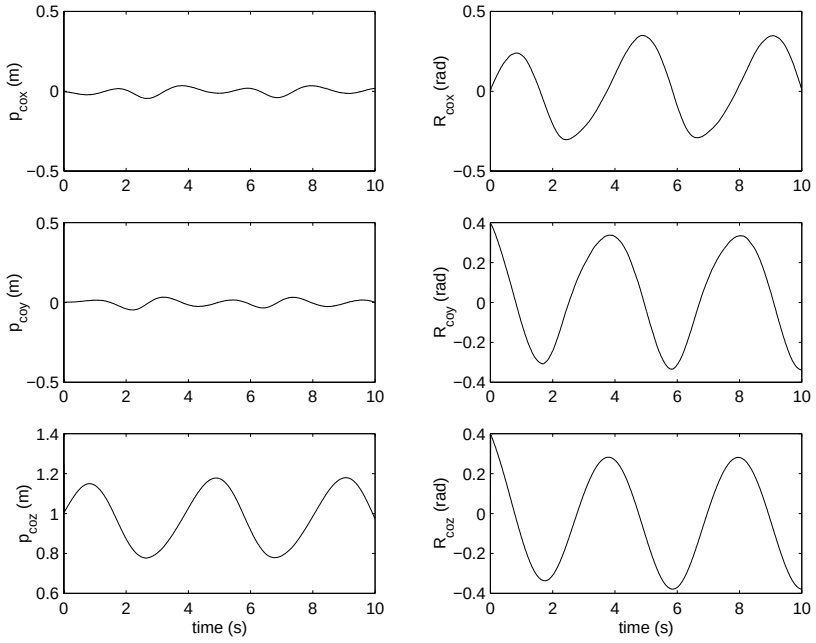

図 6.4: Simulation results ($K_c = 75.0I$, $K_{e1} = I$)

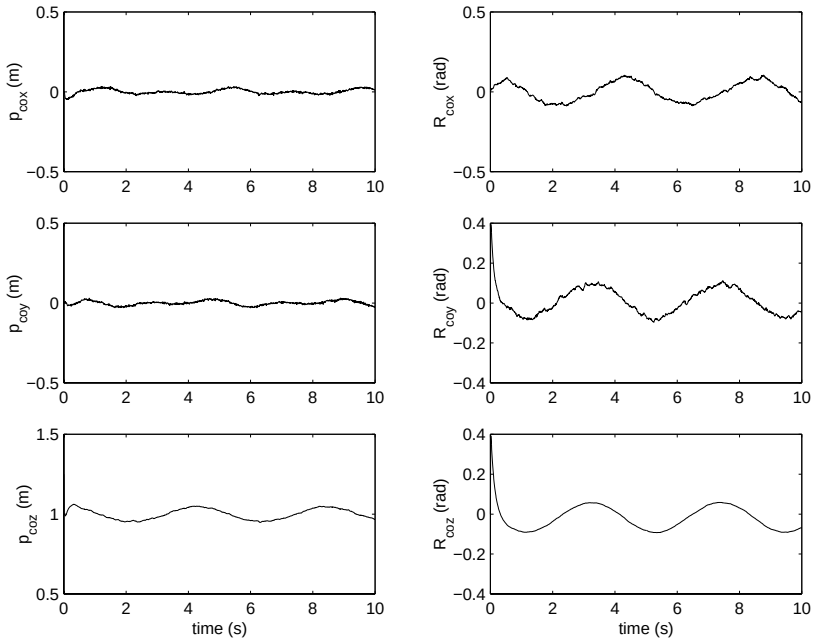

図 6.5: Simulation results ($K_c = 75.0I$, $K_{e2} = 10.0I$)

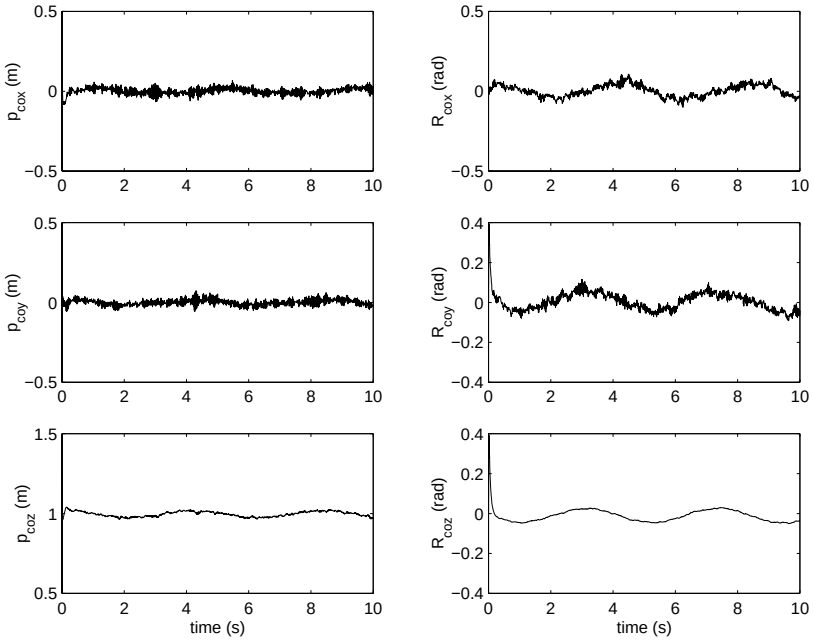

図 6.6: Simulation results ($K_c = 75.0I$, $K_{e3} = 30.0I$)

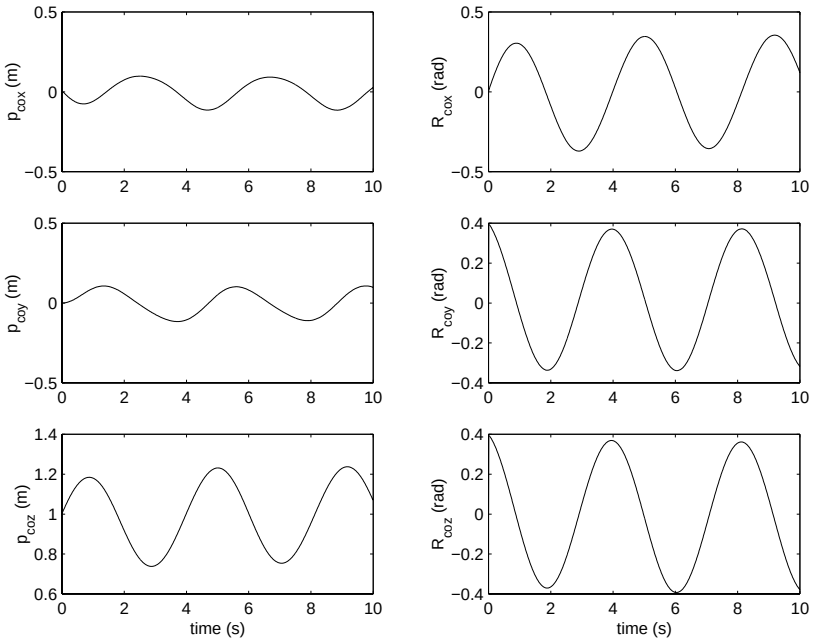

図 6.7: Simulation results ($K_{c1} = I$, $K_e = 20.0I$)

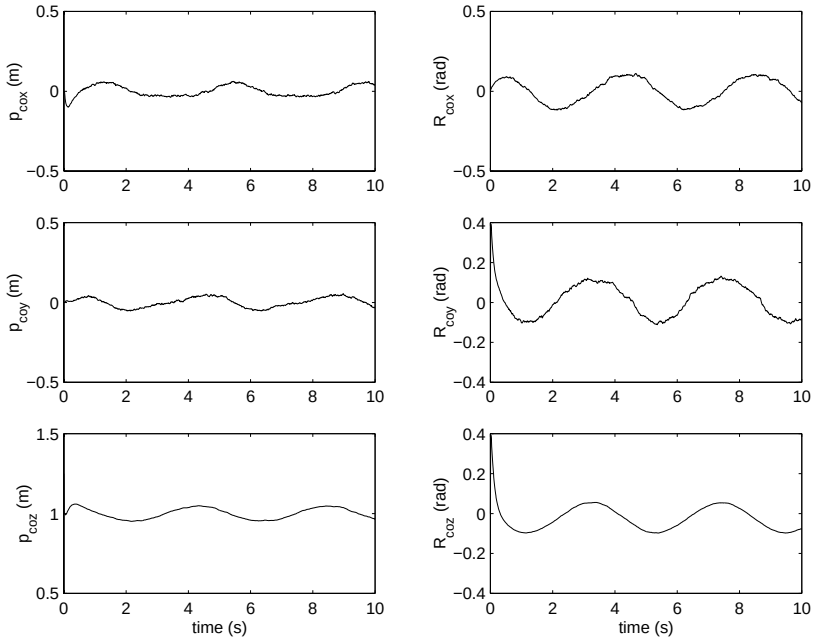

図 6.8: Simulation results ($K_{c2} = 25.0I$, $K_e = 20.0I$)

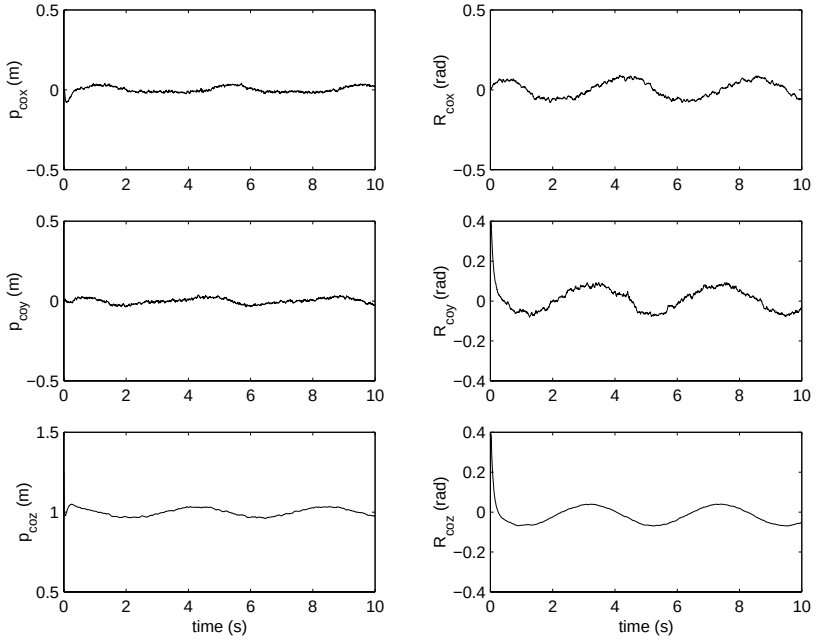

図 6.9: Simulation results ($K_{c3} = 50.0I$, $K_e = 20.0I$)

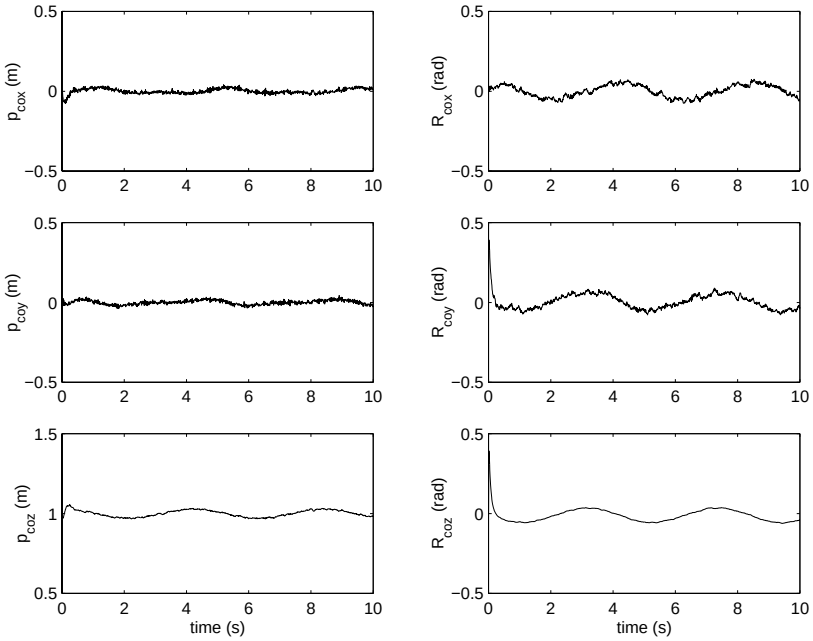

図 6.10: Simulation results ($K_c = 75.0I$, $K_e = 20.0I$)

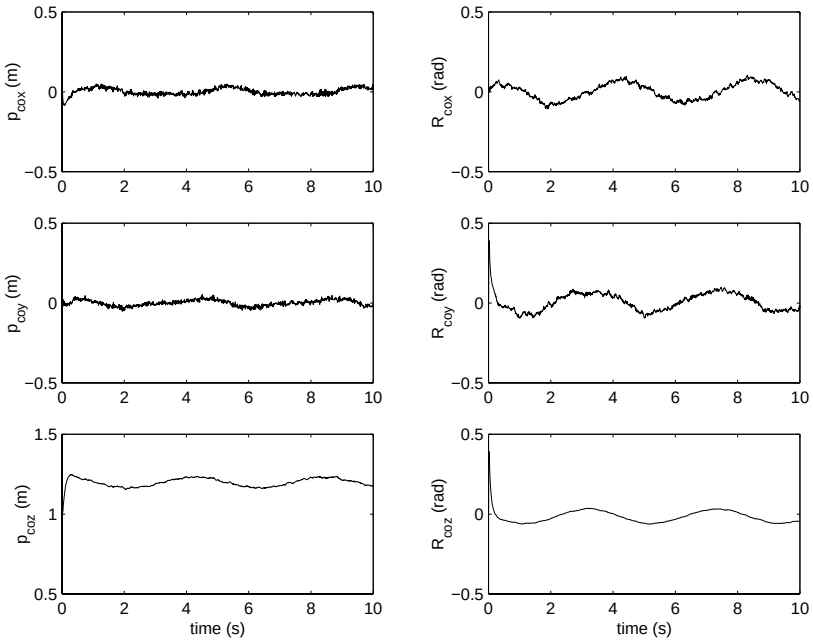

図 6.11: Simulation results with focal length uncertainty ($K_c = 75.0I$, $K_e = 20.0I$)

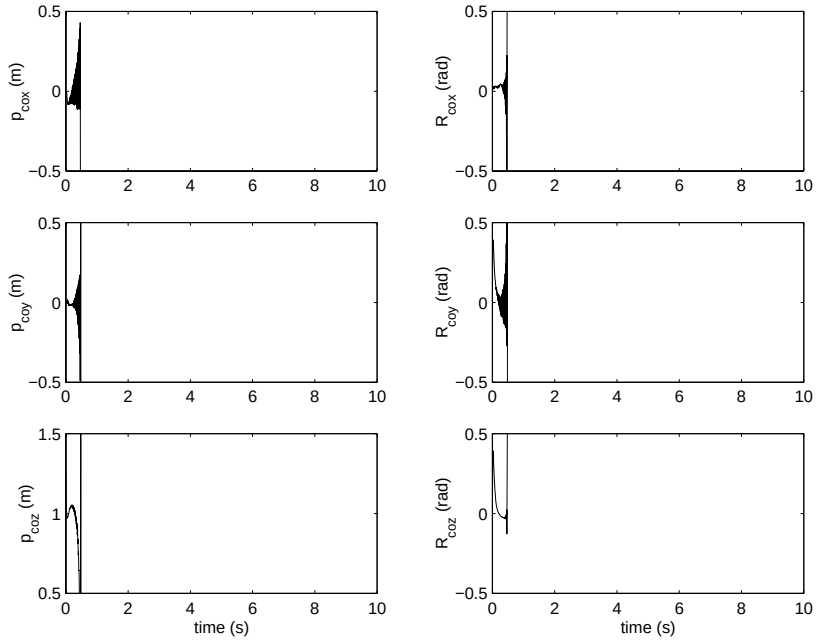

図 6.12: Simulation results with delay ($K_c = 75.0I$, $K_e = 20.0I$)

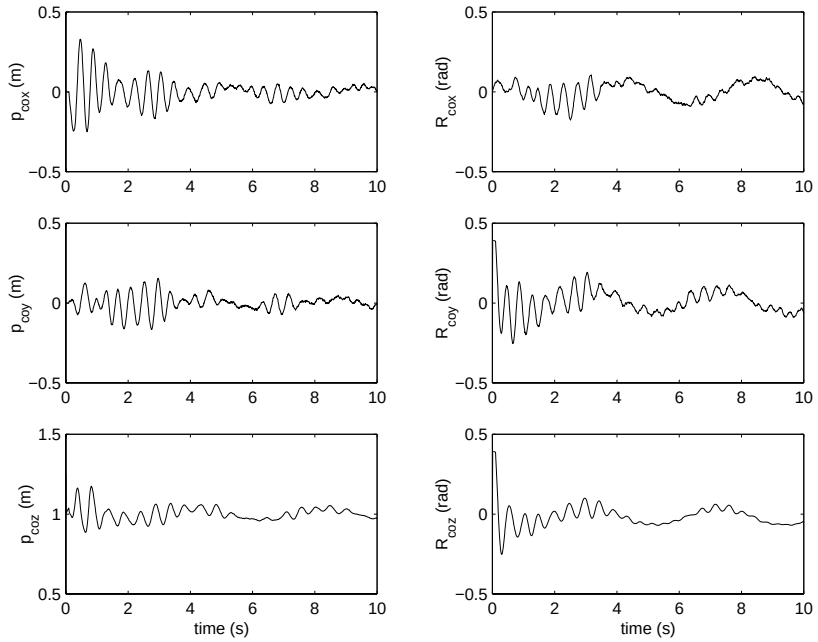

図 6.13: Simulation results with delay ($K_c = 50.0I$, $K_e = 20.0I$)

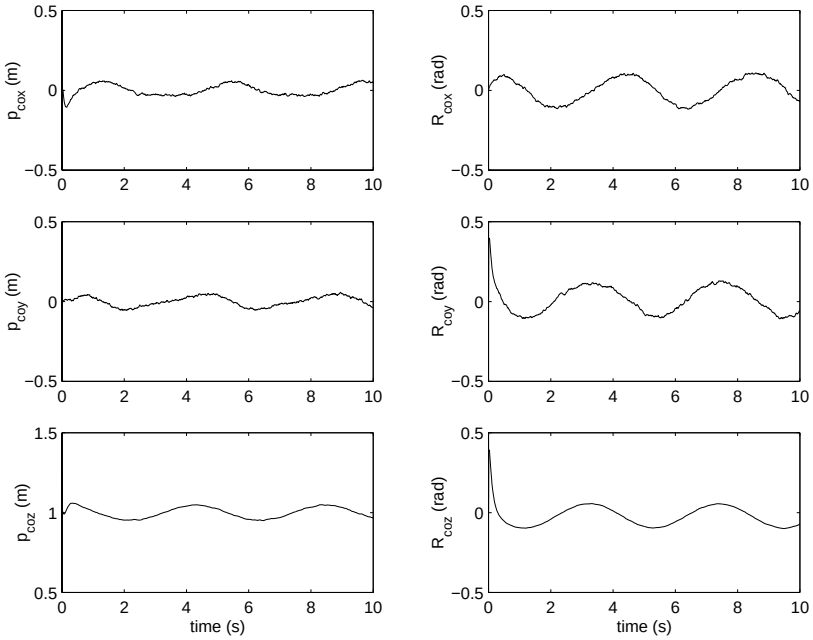

図 6.14: Simulation results with delay ($K_{c2} = 25.0I$, $K_e = 20.0I$)

第 7章

結論

本研究ではロボットマニピュレータなどの機械システムのロバスト視覚フィードバック制御に関するいくつかの結果を示した. とくに消散システム理論に基づいて, 視覚フィードバック制御系の安定性および L_2 ゲイン制御性能の解析法について議論した.

7.1 まとめ

7.1.1 平面マニピュレータに対する視覚フィードバック制御

3 章において, アイインハンド構造の視覚フィードバック制御システムの特徴をとらえるために, 静止対象と手先の相対位置を一致させる平面マニピュレータの視覚フィードバック制御問題を考えた. この問題は画像面上の点座標の原点における安定化問題に帰着することが可能である. マニピュレータダイナミクスの受動性と, 2 次元回転変換の性質をうまく利用することで, 焦点距離などのカメラのパラメータに関してロバストな安定性を保証する制御則を導出した.

4 章では, 静止対象の仮定を除くために対象の未知運動を外乱入力と考え, L_2 ゲインによる制御性能解析が視覚フィードバック制御において重要であることを提案した. Slotine と Li により提案されたマニピュレータ制御則の構成で鍵となった変数変換を, 視覚フィードバック制御問題に拡張し, 新しい変数変換を与えた. また L_2 ゲイン解析においては, 消散不等式の解を視覚フィードバックシステムのエネルギー関数を利用して直接構成可能であることを示した.

提案した視覚フィードバック制御則は, マニピュレータのダイナミクスモデルを含む構造であるため, そのモデル化誤差の影響は避けられないことがわかった. そこで 5 章では, マニピュレータの慣性パラメータに関する不確かさに対してロバストな安定性と制御性能を保証する適応 H_∞ 視覚フィードバック制御を提案した. 前章で提案した変数変換により適応 H_∞ 視覚フィードバック制御則の構成が可能となった.

なお, 表 7.1 に本研究の考慮した領域をまとめておく. パラメトリックな不確かさの項目は, カメラパラメータやマニピュレータの動的なパラメータの不確かさに対するロバスト性について扱っていることを示している. またモデル化されない動特性の項目については, 画像処理により生じたむだ時間などの不確かさに対するロバスト性を考慮しているかを示している.

表 7.1: 本論文の貢献 (◎ 本研究, ○ 従来研究, 空欄 今後の課題)

		固定カメラ構造	アイインハンド
安定性	ノミナルモデル	○	◎ 3 章
	パラメトリックな不確かさ	○	◎ 5 章
	モデル化されない動特性		
L_2 ゲイン制御性能解析	ノミナルモデル		◎ 4 章
	パラメトリックな不確かさ		◎ 5 章
	モデル化されない動特性		

7.1.2 視覚フィードバックを利用した 3 次元相対位置姿勢制御

6 章では対象とマニピュレータの運動が平面に拘束されている仮定をはずして, 視覚による 3 次元空間中の相対位置姿勢を制御する問題を取り扱った. 安定性などの解析を行うために $SE(3)$ 上の誤差関数を定義した. その誤差関数に基づいてカメラ情報から対象との相対位置姿勢を推定するオブザーバを構成した. つぎにそのオブザーバを利用して相対位置姿勢を制御する制御則の導出を行った. また平面マニピュレータの視覚フィードバック制御の場合と同様に, 新しい変数変換と総エネルギー関数を利用して, 漸近安定性と L_2 ゲインによる制御性能解析を行った.

本研究では, 機械システムの制御において注目を浴びている微分幾何的アプローチと非線形制御理論を組み合わせて, 視覚フィードバック制御問題を解決したことにある. これにより従来の視覚フィードバック制御では扱うことのできなかった厳密な安定性の解析が行えるようになり, L_2 ゲインを利用した制御性能解析も可能となった.

またシミュレーションにより制御アルゴリズムの有効性と問題点を確認した. 公称モデルに関しては提案する制御則は, 未知な運動を行う対象に良好な追従特性を示していた. しかし画像処理により生じる時間遅れやカメラパラメータのキャリブレーション誤差の不確かさに対するロバスト性は不十分であることが確認できた.

7.2 将来展望

本研究の最大の貢献は, 非線形制御理論に基づいて視覚フィードバックシステムの解析方法を明示したことである. 従来視覚フィードバック制御の研究では, 非線形制御理論的アプローチに基づいたものはほとんどなく, その第一歩であるといっても過言ではない. また非線形 H_∞ 制御の数少ない応用例としても非常に重要である. しかしいくつかの残された問題がある. それを簡単に述べることにする.

7.2.1 カメラモデルの不確かさに対するロバスト性

本研究ではマニピュレータモデルの慣性パラメータの不確かさに関するロバスト性については考察している. しかしカメラパラメータの不確かさについては厳密な考察を行っていない. 平面視覚フィードバック制御に関しては, カメラパラメータを利用しないことから, 間接的にロバスト性を示し, 3章の実験により確認している. また3次元視覚フィードバックシステムに関しては, 6.7.3 節のシミュレーション結果から, カメラパラメータに不確かさが存在する場合には定常偏差が生じるなどの問題も確認できた.

そこでカメラパラメータの不確かさを陽に表現して, その不確かさに対し, 安定性や制御性能を保証するロバストな視覚フィードバック制御則の研究が必要となるであろう.

7.2.2 モデル化されない動特性に対するロバスト性

表 7.1 や 6.7.3 節でのシミュレーション結果からもわかるように, 本研究では画像処理などの時間遅れなどのモデル化されない動特性に対するロバスト性を考慮していなし, 実際に問題となることが確認された. つまり時間遅れなどの不確かさを与えると応答が振動的になり, また不安定となる可能性も有している. 視覚フィードバックシステムのモデル化されない動特性としては, 画像処理の際のむだ時間だけでなく, 速度情報 ($\dot{q}$ や $\dot{f}$) を位置の差分としてあたえると, 高周波の雑音が存在することなどもあげられる.

このモデル化されない動特性は, 6.7.3 節でのシミュレーション結果でもわかるように L_2 ゲイン制御性能の結果とトレードオフの関係となる場合が存在する. よって視覚フィードバックシステムの実用化を考えるためには, モデル化されない動特性に関するロバスト性の考察を行う必要がある.

7.2.3 位置ベース制御 or 画像ベース制御

視覚フィードバック制御システムの分類としては, 固定カメラ構造/アイインハンド構造といったカメラの設置法による分類以外に, 本研究では明示しなかったが, 位置ベース制御/画像ベース制御という分類が可能である. 位置ベース制御は画像情報から 3 次元位置姿勢を復元して, その情報をもとに制御アルゴリズムを構成する. 画像ベース制御とは画像情報を直接利用して制御アルゴリズムを構成するものである. つまり状態の空間が $SE(3)$(位置ベース) か画像平面上 (画像ベース) かの違いがある. 本研究では平面運動では画像ベース制御を, 3 次元の運動に関しては位置ベース制御をそれぞれ利用した.

よって 3 次元の運動に関する画像ベースの制御問題が残されている[1]. しかし画像平面上を状態空間とすると, その微分方程式は非常に複雑な非線形性を有することは容易に想像ができる.

[1] 2 次元運動に関する位置ベース法は, 3 次元の相対位置姿勢制御の特殊ケースとしてとらえることが可能である

第 A章

リアプノフの定理

この付録は非線形システムのリアプノフの安定性に関する定理を紹介する. 安定性の基本的概念は本論文を理解するためには非常に有益となる. また周辺の定理を利用することになるのでそれらを含めて簡単に述べておく. 以下の定理や補題は証明は一切記述しないが, 例えば文献 [36] などを参照して欲しい.

A.1 安定性に関する定義

つぎの微分方程式を考える.

$$\dot{x} = f(x,t) \tag{A.1}$$

ここで f は非線形なベクトル値関数であり, $x \in \mathbf{R}^n$ は状態とする. その初期状態として $x_0 = x(0)$ を定義する.

定義 A.1 ある状態 x^* が式 (A.1) の平衡点であるとは, 任意の時刻 t において $f(x^*,t) = 0$ が成立する場合である.

定義 A.2 ある時刻 t_0 において平衡点 $x^* = 0$ が安定であるとは, 任意の $\varepsilon > 0$ に対して, $t \geq t_0$ を満足するすべての時刻 t において, $\|x(t_0)\| < \delta$ ならば $\|x(t)\| < \varepsilon$ を満足する $\delta(t_0,\varepsilon) > 0$ が存在する場合をいう.

定義 A.3 ある時刻 t_0 において平衡点 $x^* = 0$ が漸近安定であるとは,

1. $x^* = 0$ が安定, かつ
2. ある $\delta(t_0)$ が存在して, $\|x(t_0)\| < \delta$ ならば $\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$ を満足する場合をいう.

定義 A.4 平衡点 $x^* = 0$ が指数安定であるとは, 定数 m, $\alpha > 0$ かつ $\varepsilon > 0$ が存在して, すべての $\|x(t_0)\| \le \varepsilon$, $t \ge t_0$ に対して,

$$\|x(t)\| \le me^{-\alpha(t-t_0)}\|x(t_0)\| \tag{A.2}$$

を満足する場合をいう. ここで α は収束速度という.

以上の性質が時刻 t_0 において無関係で成立する場合, その性質は一様であるという.

A.2 リアプノフの直接法

定義 A.1–A.4 が成立しているか確認するためには微分方程式 (A.1) を解かなくてはならない. しかしながら微分方程式を解くことは一般的に困難である場合が多い. リアプノフの安定性定理は微分方程式の解を明示的に与えることなく安定性の定義が成立するか確認する方法である.

まずはじめにいくつかの定義を示しておく.

定義 A.5 ある連続関数 $\kappa : [0, k) \to \mathbf{R}_+$ が $\mathcal{K}$ 級関数であるとは

1. $\kappa(0) = 0$,
2. $\kappa(x) > 0$, $^\forall x > 0$
3. κ は非減少関数

また $k = \infty$ であり, $\lim_{x\to\infty} \kappa(x) = \infty$ ならば, 関数 κ は $\mathcal{K}_\infty$ に属するという.

定義 A.6 連続関数 $V(x, t)$ が正定関数であるとは, ある $\mathcal{K}$ 級関数 α が存在して, 任意の時刻 $t \ge 0$ において,

$$V(0, t) = 0 \ \text{ かつ } \ V(x, t) \ge \alpha(\|x\|) \tag{A.3}$$

を満足する場合をいう.

定義 A.7 連続関数 $V(x,t)$ がデクレセントであるとは $\mathcal{K}$ 級関数 β が存在して任意の時刻 $t \geq 0$ において

$$V(x,t) \leq \beta(\|x\|), \quad {}^{\forall}t \geq 0 \tag{A.4}$$

を満足する場合をいう.

これらの定義を利用してシステム (A.1) の安定性に関する定理を示す. 概要を述べると正定関数 V の (A.1) の解軌道に沿った時間微分が負定となることでシステムの平衡点の安定性が確認できる. 解軌道に沿った時間微分は

$$\dot{V}\Big|_{\dot{x}=f(x,t)} = \frac{\partial V}{\partial t} + L_f V(x,t)$$

で計算される. 以下では表記の簡単化のために $\dot{V} = \dot{V}\Big|_{\dot{x}=f(x,t)}$ と書く. 前後の意味から判断して欲しい.

定理 A.1 平衡点 $x = 0$ をもつシステム (A.1) を考える. $V(x,t)$ は一階微分可能な正定関数である.

1. すべての時刻 t で $\dot{V}(x,t) \leq 0$ が成立するならば, 平衡点 $x = 0$ 安定である.
2. $V(x,t)$ がデクレセントであり, $\dot{V}(x,t) \leq 0$ ならば, 平衡点 $x = 0$ は一様安定である.
3. $V(x,t)$ がデクレセントかつ $-\dot{V}(x,t)$ が正定ならば, 平衡点 $x = 0$ は一様漸近安定である.

指数安定性に対してはつぎの定理が知られている.

定理 A.2 $x = 0$ がシステム $\dot{x} = f(x,t)$ の指数安定な平衡点である必要十分条件は, ある関数 $V(x,t)$ が存在して, ある正の定数 α_1, α_2, α_3, α_4 に対して,

$$\begin{aligned}
&\alpha_1\|x\|^2 \leq V(x,t) \leq \alpha_2\|x\|^2 \\
&\dot{V} \leq -\alpha_3\|x\|^2 \\
&\|\frac{\partial V}{\partial x}(x,t)\| \leq \alpha_4\|x\|
\end{aligned}$$

A.3 ラサールの不変定理

ラサールの定理とは $-\dot{V}$ の正定性が成立しない場合でも漸近安定性を保証する定理の一つである. ラサールの定理は時不変システムにのみしか適用できないが, オイラーラグランジュの運動方程式であらわされる機械システムの制御では重要な役割をもつ. 以下では初期時刻 t_0 において初期状態 x_0 からのシステム $\dot{x} = f(x)$ の解軌道を $s(t, x_0, t_0)$ と表記する.

定義 A.8 集合 $M \subset \mathbf{R}^n$ が正の不変集合であるとは, すべての $y \in M$ かつ $t_0 \geq 0$ に対して,

$$s(t, y, x_0) \in M, \quad {}^{\forall}t \geq t_0 \tag{A.5}$$

を満足する場合をいう.

この不変集合を利用してラサールの定理はつぎのように与えられる.

定理 A.3 正定関数 V に対してコンパクト集合 $\Omega_c = \{x \in \mathbf{R}^n : V(x) \leq c\}$ 上で $\dot{V}(x, t) \leq 0$ として, ここで $S := \{x \in \Omega_c : \dot{V}(x) = 0\}$ とする. また M を S 内の最大不変集合と仮定する. ならば $t \to \infty$ で解軌道は集合 M 内へ収束する.

第 B 章

剛体の運動

ここではカメラモデルやマニピュレータの運動学の基礎となる剛体の運動に関する概要を示す. 各性質の証明などは省略するが文献 [47] が非常に詳しくわかりやすい良書である.

B.1 回転運動

剛体の運動の表現においてもっとも取り扱いに注意しなくてはならない運動が回転運動である. 図 B.1 のように実線の軸で基準座標 A を破線により対象座標系 B をあらわす. $x_{ab}, y_{ab}, z_{ab} \in \mathbf{R}^3$ はそれぞれ A からみた B の各軸座標をあらわしている. この 3 つのベクトルをならべたつぎの 3×3 行列

$$R_{ab} = \begin{bmatrix} x_{ab} & y_{ab} & z_{ab} \end{bmatrix}$$

は回転行列と呼ばれる.

B.1.1 回転行列の性質

すべての回転行列 R は行列式が $+1$ で直交行列となる. この 2 つの性質を満足する 3×3 行列すべての集合は $SO(3)$ の元である. 本研究では $SO(3)$ と $SO(2)$(平面上の回転) が非常に重要となる. また $SO(n)$ は行列の積に関して群をなしていることに注意する[1]. つまり $SO(n)$ は n 次元回転群とも呼ばれる.

[1] $SO(2)$ は可換でもあるのでアーベル群である.

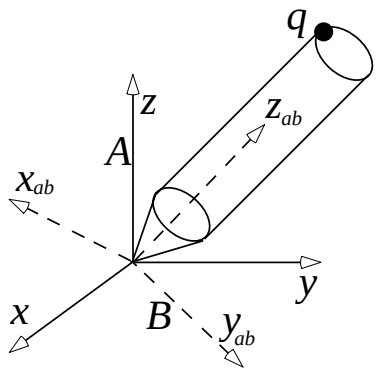

図 B.1: Rotation of a rigid object

回転行列 $R \in SO(3)$ は, 座標変換においても重要な役割を有している. 図 B.1 のように点 q を考える. この点 q の B からみた座標を $q_b = [x_b\ y_b\ z_b]^T$ とする. このとき q の A における座標は,

$$q_a = x_{ab}x_b + y_{ab}y_b + z_{ab}z_b$$

で与えられることは図 B.1 より明らかである. これを行列表現すると,

$$q_a = \begin{bmatrix} x_{ab} & y_{ab} & z_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = R_{ab}q_b$$

となる. つまり回転行列 R_{ab} が B から A へ点 q の座標変換をあらわしている. また同様の変換でつぎの関係も導出できる. R_{ab} を A における B の回転行列とし, R_{bc} を B における C の回転行列とする. ならば A における C の回転行列は,

$$R_{ac} = R_{ab}R_{bc} \tag{B.1}$$

で与えられる. また $SO(3)$ は行列の積に関して閉じていることから, R_{ac} もまた回転行列である.

回転行列に対してはつぎの重要な補題が成立する.

補題 B.1 回転行列 $R \in SO(3)$ とベクトル $v, w \in \mathbf{R}^3$ を考える. つぎの性質がある.

$$R(v \times w) = (Rv) \times (Rw) \tag{B.2}$$

$$R\hat{w}R^T = (Rw)^\wedge \tag{B.3}$$

B.2 回転運動

基準座標 A に対する B の回転軌道は回転行列を利用して $R(t) \in SO(3)$ で与えられる. このとき B に固定されている点 q の座標は,

$$q_a(t) = R_{ab}(t)q_b$$

で与えられる. q_b は時間的に一定であることに注意してその時間微分は

$$\dot{q}_a = \dot{R}_{ab}(t)q_b \tag{B.4}$$

となる. ここで R の直交性を利用して,

$$\dot{q}_a = \dot{R}_{ab}(t)R^T_{ab}(t)R_{ab}(t)q_b \tag{B.5}$$

もしくは

$$\dot{q}_a = R_{ab}(t)R^T_{ab}(t)\dot{R}_{ab}(t)q_b \tag{B.6}$$

の関係を考える. ここで $\dot{R}_{ab}(t)R^T_{ab}(t)$, もしくは $R^T_{ab}(t)\dot{R}_{ab}(t)$ に対してつぎの非常に重要な性質が成立する.

補題 B.2 $R(t) \in SO(3)$ を考える. $\dot{R}R^T$ と $R^T\dot{R}$ は歪み対称な行列である.

この事実は回転運動をある 3 次元ベクトルで記述することが可能であることを示している. スパーシャル角速度 (*spatial angular velocity*) を ω^s とすると, 以下のように定義できる.

$$\hat{\omega}^s := \dot{R}R^T \in so(3) \tag{B.7}$$

これは基準座標系からみた角速度をあらわしている. 同様にボディー角速度 (*body angular velocity*) ω^b は,

$$\hat{\omega}^b := R^T\dot{R} \in so(3) \tag{B.8}$$

で定義できる. これは運動する座標系からみた角速度をあらわしている.

式 (B.7) および (B.8) より, 回転行列に関する微分方程式がつぎのように与えられる.

$$\dot{R} = \hat{\omega}^s R \tag{B.9}$$

$$\dot{R} = R\hat{\omega}^b \tag{B.10}$$

B.3 剛体の変換

前節までは回転運動に限定して議論を進めてきたが, 3 次元空間中の剛体の運動を記述するためには姿勢のみでなく 3 次元位置の記述も必要になる. 図 B.2 にみられるように基準座標系 A における対象座標系 B の位置および姿勢を記述することを考える.

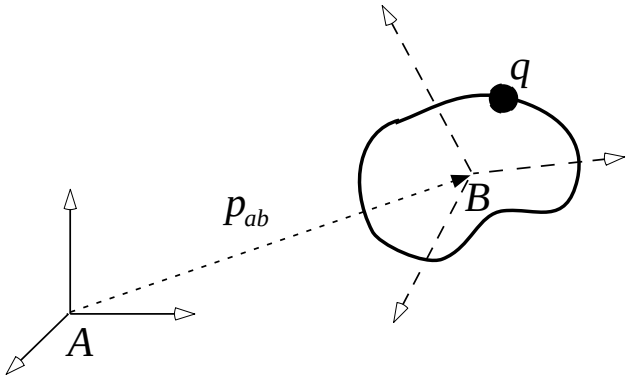

図 B.2: Coordinate frames of specifying rigid motion

まずベクトル $p_{ab} \in \mathbf{R}^3$ は A における B の原点座標を示し, $R_{ab} \in SO(3)$ は A に対する B の姿勢をあらわす. つまり $g_{ab} = (p_{ab}, R_{ab}) \in SE(3)$ は A における B の位置姿勢を記述している. $SE(3)$ 上でつぎのような演算 $\circ$ を考える. $g_1 = (p_1, R_1) \in SE(3)$, $g_2 = (p_2, R_2) \in SE(3)$ に対して,

$$g_1 \circ g_2 = (p_1 + R_1 p_2, R_1 R_2) \tag{B.11}$$

となる. $SE(3)$ は演算 $\circ$ に関して群を成していることが証明できる. ここで単位元 e および逆元 g^{-1} は,

$$e = (0, I) \tag{B.12}$$

$$g^{-1} = (-R^T p, R^T) \tag{B.13}$$

となる.

回転群 $SO(3)$ と同様に $SE(3)$ もまた座標変換に関して重要な役割を担う. $q_a, q_b \in \mathbf{R}^3$ はそれぞれ A と B に関しての点 q の座標をあらわす. このとき q_b が与えられたならば, q_a は, $g_{ab} = (p_{ab}, R_{ab})$ を利用して

$$q_a = p_{ab} + R_{ab} q_b \tag{B.14}$$

で与えられる．A における B の位置姿勢を g_{ab}, B における C の位置姿勢を g_{bc} とすると，A における C の位置姿勢は

$$g_{ac} = g_{ab} \circ g_{bc} \tag{B.15}$$

で与えられることも注意しておく．

B.4 剛体の運動

時間をパラメータとする軌跡 $g(t) = (p(t), R(t)) \in SE(3)$ を考える．回転運動の場合と同様にスパーシャル速度 $V^s = [(v^s)^T\ (\omega^s)^T]^T \in \mathbf{R}^6$ とボディー速度 $V^b = [(v^b)^T\ (\omega^b)^T]^T \in \mathbf{R}^6$ がつぎのように定義できる．

$$V^s = \begin{bmatrix} v^s \\ \omega^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{R}R^T p + \dot{p} \\ (\dot{R}R^T)^\vee \end{bmatrix} \tag{B.16}$$

$$V^b = \begin{bmatrix} v^b \\ \omega^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^T\dot{p} \\ (R^T\dot{R})^\vee \end{bmatrix} \tag{B.17}$$

ここで V^s と V^b の物理的解釈を簡単に述べておく．V^b は物理的解釈が直感と非常にあっている．つまり ω^b は前に説明したボディー角速度であり，v^b は基準座標系における対象座標系の原点の速度を対象座標系基準であらわしたものである．しかし V^s はずれが生じる．ω^s はスパーシャル角速度であるが，v^s は対象座標系の原点の速度を基準座標系であらわしたもの $\dot{p}$ とはなっていない．これは対象座標が基準座標に対して回転することで見かけ上の並進速度が生じていることを意味している．つまりスパーシャル速度を利用してモデルを与える場合には特に注意が必要である．なおボディー速度とスパーシャル速度との関係は

$$V^s = \begin{bmatrix} R & \hat{p}R \\ 0 & R \end{bmatrix} V^b \tag{B.18}$$

で与えられることに注意しておく．

またボディー速度 V^b を利用して $g(t)$ のダイナミクスを記述するとつぎのようになる．

$$\dot{p} = Rv^b \tag{B.19}$$

$$\dot{R} = R\hat{\omega}^b \tag{B.20}$$

第 C章

実験装置概要

本研究で利用した視覚フィードバックシステムの実験装置 (図 C.1) の概要について述べておく.

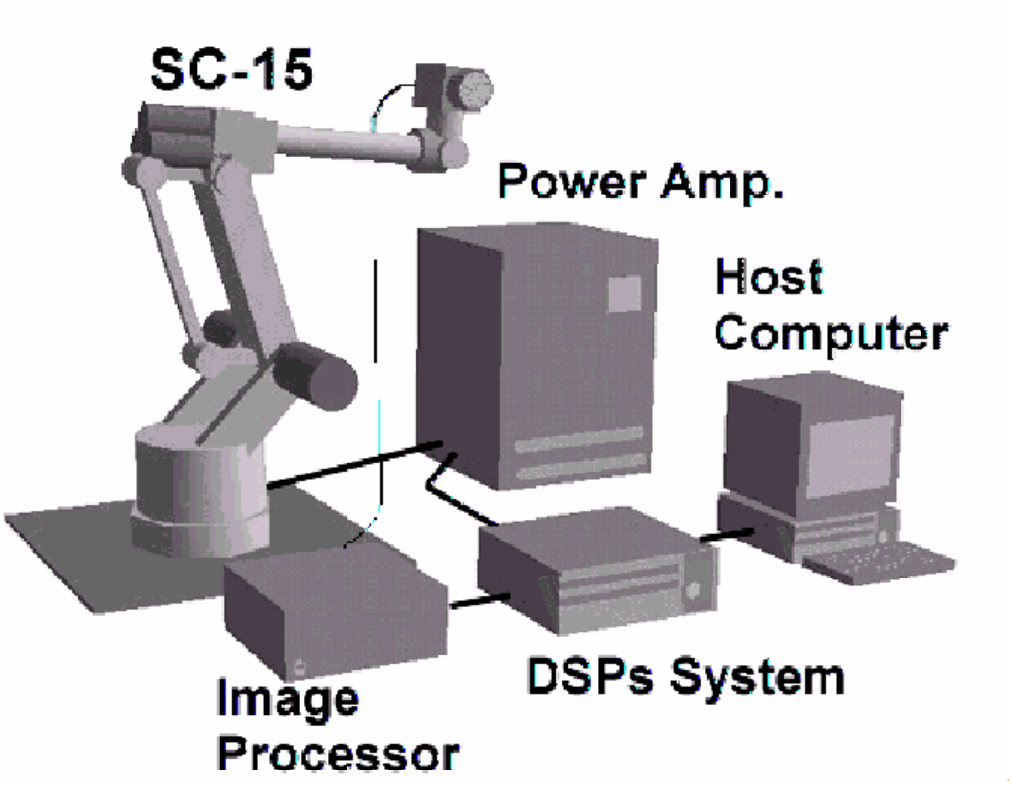

図 C.1: Experimental Setup

C.1 装置構成

C.1.1 マニピュレータとパワーアンプ

ロボットマニピュレータとして, 平行リンク構造を有する産業用マニピュレータ SC–15 ((株) 不二越) を利用する. 使用した産業用マニピュレータは本来 6 軸であるが, その 2 軸目および 3 軸目のみを駆動させることで本研究で主に対象とする 2 自由度平面マニピュレータとみなすことが可能となった.

サーボアンプとは制御装置から出力されるトルク信号に対応してマニピュレータのアクチュエータをドライブするほか, 起動シーケンスなどを処理する装置である. 産業用マニピュレータに付属の AP 制御装置 ((株) 不二越) を利用した. このサーボアンプはアクチュエータダイナミクスを適切に補償するサーボループが組まれており, それぞれの関節に入力した指令トルクを直接発生させることが可能となっている.

詳細については文献 [51] を参照のこと.

C.1.2 画像処理装置と CCD カメラ

視覚情報を利用してマニピュレータの駆動トルクを直接計算する必要があるため, 高速に情報を取得できる CCD カメラ CAM120 ((株) 応用計測研究所) と高速な画像処理装置 Quick–Mag ((株) 応用計測研究所) を利用した. 画像処理装置はカメラからの画像信号の明度差を利用して対象を追従する. その重心を計算して, 対象の位置として 1/120 秒毎に DIO により出力する.

詳細については文献 [55] を参照のこと.

C.1.3 ディジタル制御装置

ディジタル制御装置は DSP を利用したシステム DSP–CIT (dSPACE 社) を利用した. ディジタル制御装置は, 9 つの DSP TMS320C40 (TI) と 12 ビットの分解能を有する D/A コンバータと 16 ビットディジタル IO, 24 ビットインクリメンタルエンコーダインターフェースボードを有している.

今回は 2 つの DSP を利用し, 1 つは起動シーケンスおよび画像情報とエンコーダ情報取

得とトルク指令出力を行い, もう 1 つで提案する制御則を 1ms 周期で実装した. 提案する制御則においては関節速度 $\dot{q}$ と画像面上のオプティカルフロー $\dot{f}$ の取得が必要であるが, それらは十分に高速に取得できるために, 差分情報を利用することにした.

また DSP のプログラムはホストコンピュータ PC–AT 互換機 (GATEWAY2000) により C 言語により記述されて, ダウンロードする構造とした. なおダウンロード環境やさまざまな信号の実時間モニタは, dSAPCE 社より提供されている down40 や trace40 などのソフトウエアを利用した.

C.2 実験装置の特性

C.2.1 カメラキャリブレーション

カメラの焦点距離などのパラメータに関しては文献 [71] の方法によりキャリブレーションを行った. その結果スケーリングファクタ s と焦点距離 λ の積 $s\lambda$ は 2180 と同定できた.

C.2.2 マニピュレータキネマティクス

産業用マニピュレータ SC-15 の運動学モデルを図 C.2 に示す.

産業用マニピュレータは平行リンク構造を有しているため, 2 リンク目の姿勢は 2 軸目の角度 q_2 のみに依存することに注意すると, マニピュレータキネマティクスは次式であたえられる.

$$x_{wc} = L_1 \cos q_1 + L_2 \cos q_2 - L_3 \sin q_2 \tag{C.1}$$

$$y_{wc} = L_1 \sin q_1 + L_2 \sin q_2 + L_3 \cos q_2 \tag{C.2}$$

$$\theta_{wc} = q_2 \tag{C.3}$$

となる. なお L_1, L_2 および L_3 はそれぞれ

$$L_1 = 6.00 \times 10^{-1} \text{ [m]}$$

$$L_2 = 7.50 \times 10^{-1} \text{ [m]}$$

$$L_3 = 3.98 \times 10^{-1} \text{ [m]}$$

で与えられる. このパラメータは文献 [40] の同定方法により決定した.

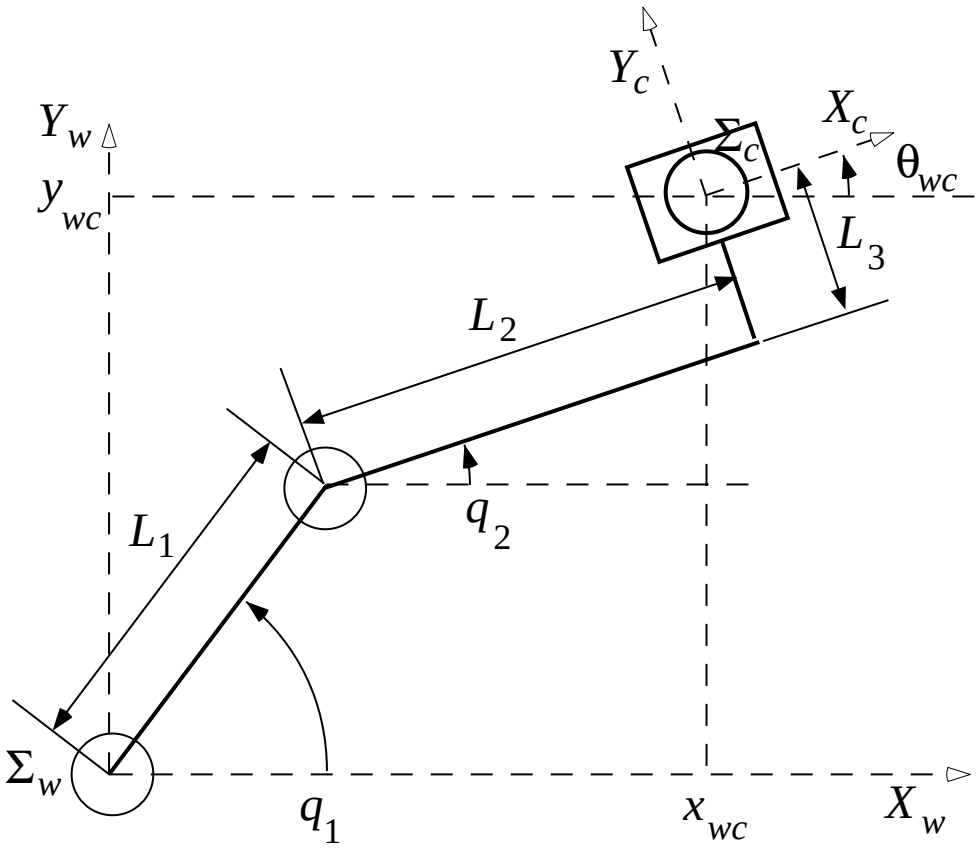

図 C.2: Kinematics Model of the Industrial Manipulator SC–15

つぎにマニピュレータのヤコビアンを導出するために式 (C.1) と (C.2) を $q = [q_1\ q_2]^T$ に関して偏微分すると

$$\begin{aligned} J_p(q) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{wc}}{\partial q_1} & \frac{\partial x_{wc}}{\partial q_2} \\ \frac{\partial y_{wc}}{\partial q_1} & \frac{\partial y_{wc}}{\partial q_2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -L_1 \sin q_1 & -L_2 \sin q_2 - L_3 \cos q_2 \\ L_1 \cos q_1 & L_2 \cos q_2 - L_3 \sin q_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{C.4}$$

となる. なお $J_p(q)$ が正則でなくなる条件は,

$$\det J_p = L_1 L_3 \cos(q_1 - q_2) - L_1 L_2 \sin(q_1 - q_2) = 0$$

のときであるので,

$$\tan(q_1 - q_2) = \frac{L_3}{L_2} \tag{C.5}$$

で与えられる．これは 1 リンク目をのばした直線上に Σ_c の原点がのった場合に相当する (図 C.3).

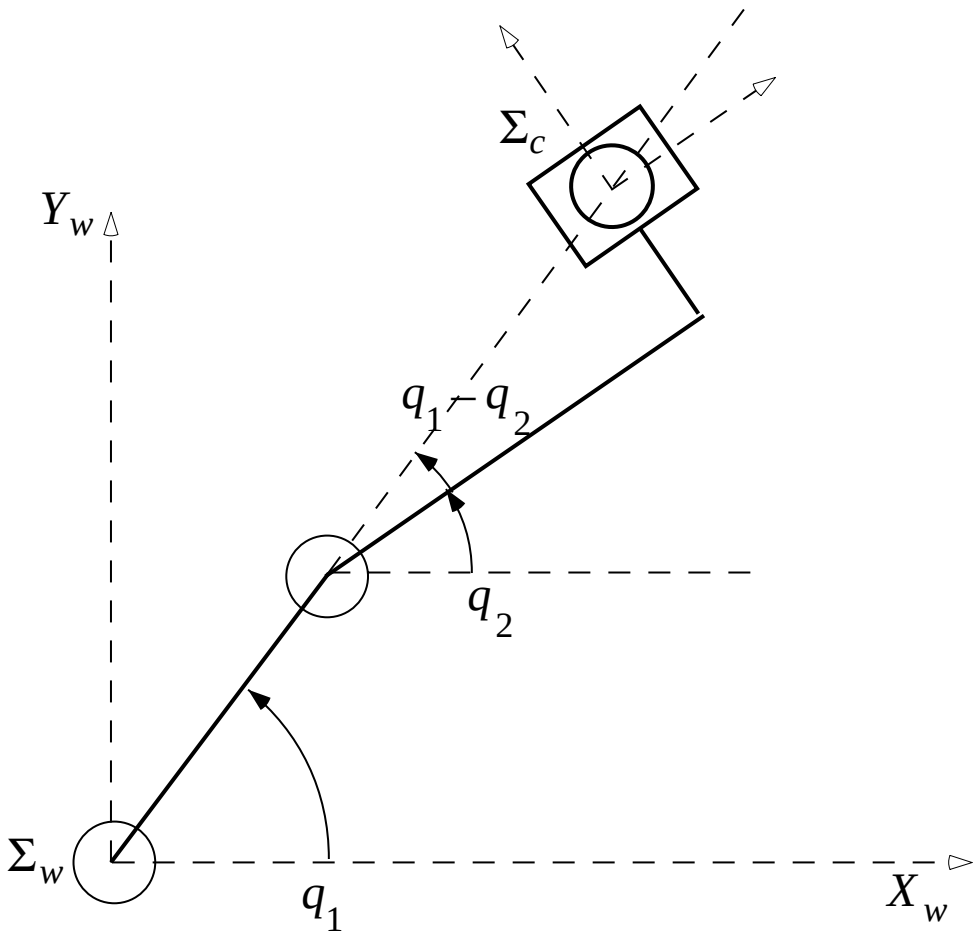

図 C.3: Singular Configuration of the Industrial Manipulator SC–15

C.2.3 マニピュレータダイナミクス

平行リンク構造を有する 2 リンクマニピュレータの運動エネルギーは次式であたえられる.

$$K = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 & \dot{q}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & -m_{12}\cos(q_2 - q_1) \\ -m_{12}\cos(q_2 - q_1) & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

この式を利用してマニピュレータダイナミクスを与える式をオイラーラグランジュ運動方程式から導出すると,

$$
\begin{aligned}
&M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \\
&M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & -m_{12}\cos(q_2 - q_1) \\ -m_{12}\cos(q_2 - q_1) & m_{22} \end{bmatrix} \\
&C(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \dot{q}_2 m_{12}\sin(q_2 - q_1) \\ \dot{q}_1 m_{12}\sin(q_2 - q_1) & 0 \end{bmatrix} \\
&g(q) = \begin{bmatrix} g_{11}\cos q_1 + g_{12}\sin q_1 \\ g_{21}\cos q_2 + g_{22}\sin q_2 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

となる. 文献 [40] の方法で各パラメータの同定を行い, 次のように決定した.

$$
\begin{aligned}
m_{11} &= 1.63 \times 10\ [\mathrm{Nm}^2] \\
m_{12} &= -1.35 \times 10\ [\mathrm{Nm}^2] \\
m_{22} &= 1.20 \times 10\ [\mathrm{Nm}^2] \\
g_{11} &= 2.35 \times 10\ [\mathrm{Nm}^2] \\
g_{12} &= -4.43 \times 10^{-1}\ [\mathrm{Nm}^2] \\
g_{21} &= -7.83\ [\mathrm{Nm}^2] \\
g_{22} &= -3.76\ [\mathrm{Nm}^2]
\end{aligned}
$$

謝辞

本研究を終えるにあたり, 主テーマ指導教官の藤田政之助教授に深く感謝の意を表します. 藤田先生には, 学士, 修士および博士と 6 年間にわたりご指導いただきました. また本テーマである視覚フィードバック制御についてご紹介いただき, 研究をすすめていく上で数多くのご支援, ご意見, ご指導を賜りました.

博士後期課程の留学を認めてくださり, さまざまなご支援を賜りました蟹谷清ロボット開発部長ほか (株) 不二越の関係者各位に厚く感謝の意を表します.

2 年間にわたり研究全般についてのご指導を賜りました示村悦二郎北陸先端科学技術大学院大学学長に深く感謝申し上げます.

1 年間にわたり主指導教官をお引き受けくださり, 有益なご意見, ご教示をいただきました嵯峨山茂樹教授に深く感謝申し上げます.

また有益なご意見, ご教示いただきました早稲田大学の内田健康教授, 知識科学研究科の吉田武稔助教授に厚く感謝の意を表します. サブテーマにおいてのご指導を賜り, 有益なご意見をいただきました阿部亨助教授に深く感謝申し上げます.

くわえて望山洋助手, 神戸大学の増淵泉助手, 金沢大学の滑川徹助手に感謝申し上げます. さらに示村藤田研究室の OB, OG を含めた皆様の研究生活におけるご支援に関して感謝いたします.

参考文献

[1] R. Anderson, *A Robot Ping-Pong Player. Experment in Real Time Intelligent Control,* MIT Press, 1988.

[2] 有本, “機械システムの知能化 I: ロボティクスの維持神話,” 日本ロボット学会誌, Vol. 12, No. 1, pp. 77–83, 1994.

[3] 有本, “機械システムの知能化 II: 受動性, 人工ポテンシャル及び定置制御,” 日本ロボット学会誌, Vol. 12, No. 2, pp. 240–244, 1994.

[4] 有本, “機械システムの知能化 III: 準自然ポテンシャル, 超安定 PID サーボ, 線形速度オブザーバ, および関節空間直交化原理,” 日本ロボット学会誌, Vol. 12, No. 3, pp. 415–425, 1994.

[5] S. Arimoto, “A Class of Quasi-Natural Potentials and Hyper-Stable PID Servo-Loops for Nonlinear Robotic Systems,” *Trans. SICE,* Vol. 30, No. 9, pp. 1005–1012, 1994.

[6] S. Arimoto, *Control Theory of Non-linear Mechanical Systems, A Passivity-Based and Circuit-Theoretic Approach,* Oxford Science Publications, 1996. (ISBN 0-19-856291-8)

[7] A. Astolfi and L. Lanari, “Disturbance Attenuation and Set-point Regulation of Rigid Robots via H_∞ Control,” *Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control,* Orlando, FL, pp. 2578–2583, 1994.

[8] R. Brockett, “Robotic Manipulators and the Product of Exponentials Formula,” *MTNS,* P. Fuhrman Ed., pp. 120–129, Springer, 1984.

[9] S. Battilotti and L. Lanari, “Robust Control of Rigid Robots, An H_∞ Approach,” *Proc. 3rd ECC,* pp. 3462–3467, 1995.

[10] S. Battilotti and L. Lanari, "Adaptive Disturbance Attenuation with Global Stability for Rigid and Elastic Joint Robots," *Automatica,* Vol. 33, No. 2, pp. 239–243, 1997.

[11] F. Bullo and R. Murray, "Tracking for Fully Actuated Mechanical Systems: A Geometric Framework, " preprint, 1997.

[12] F. Bullo, *Nonlinear Control of Mechanical Systems: A Riemannian Geometry Approach,* PhD Thesis, CDS, Caltech, 1999.

[13] H. Berghuis and H. Nijmeijer, "A Passivity Approach to Controller-Observer Design for Robots," *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 9, No. 6, pp. 740–754, 1993.

[14] C. Canudas de Wit, B. Siciliano and G. Bastin (Eds.), *Theory of Robot Control,* Springer, 1996. (ISBN 3-540-76054-7)

[15] P. Corke, "Vision Control of Robot Manipulators – A Review," *Visual Servoing,* K. Hashimoto Ed., World Scientific, pp. 1–31, 1993.

[16] P. Corke and M. Good, "Dynamic Effects in Visual Closed-Loop Systems," *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 12, No. 5, pp. 671–683, 1996.

[17] P. Corke and G. Hager, "Vision-based Robot Control," *Control Problems in Robotics and Automation,* B. Siciliano and K. Valavanis, Eds., pp. 177–192, Springer, 1998. (ISBN 3-540-76220-5)

[18] N. Cowan and D. Kodischek, "Toward Global Visual Servos and Estimators for Rigid Bodies," *Proc. ICRA,* pp. 2658–2663, 1998.

[19] C. Cheah, S. Kawamura and S. Arimoto, "Feedback Control for Robotic Manipulator with Uncertain Kinematics and Dynamics," *Proc. ICRA,* pp. 3607–3612, 1998.

[20] M. Dalsmo and O. Egeland, Tracking of Rigid Body Motion via Nonlinear H_∞ Control," IFAC96, pp. 395–400, 1996.

[21] J. Doyle, K. Glover, P. Khargonecker and Francis, "State-space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems," *IEEE Trans. Auto. Contr.*, Vol. 34, pp. 831-846, 1989.

[22] C. Desoer and M. Vidyasager, *Feedback Systems: Input-Oputput Properties,* Academic Press, NY, 1975. (ISBN 0-12-212050-7)

[23] B. Espiau, F. Chaumette and P. Rives, “A New Approach to Visual Servoing in Robotics,” *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 8, No. 3, pp. 313–326, 1992.

[24] J. Feddema, C. Lee and O. Michell, “Weighted Selection of Image Features for Resolved Rate Visual Feedback Control,” *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 7, No. 1, pp. 31–47, 1991.

[25] 藤田, 丸山, 斎藤, “ロバスト視覚サーボ制御に関する厳密なリアプノフ関数を用いた安定性解析, ” 日本ロボット学会学術講演会予稿集, Vol. 3, pp. 1003–1004, 1997.

[26] 藤田, 丸山, 菅原, “可操作性を考慮した移動マニピュレータのビジュアルサーボ, ” SICE ’97 予稿集, pp. 359–360, 1997.

[27] B. Horn, *Robot Vision,* MIT Press, MA, 1986.

[28] 細田, 浅田, “構造やパラメータに関する先験的な知識を必要としないフィードフォワード補償器をもつ適応型ビジュアルサーボ系の構成, ” 日本ロボット学会誌, Vol. 14, No. 2, pp. 313–319, 1996.

[29] S. Hutchinson, G. Hager and P. Corke, “A Tutorial on Visual Servo Control,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation,* Vol. 12, No. 5, pp. 651–669, 1996.

[30] K. Hashimoto, T. Kimoto, T. Ebine and H. Kimura, “Manipulator Control with Image-Based Visual Servo, ” *Proc. of ICRA,* pp. 2267–2272, 1991.

[31] K. Hashimoto ed. *Visual Servoing,* World Scientific, 1993.

[32] 橋本, 海老根, 木村, “ビジュアルサーボイング – 最適制御によるアプローチ –,” 日本ロボット学会誌, Vol. 12, No. 5, pp. 773–778, 1994.

[33] 橋本, 井上, 木村, “ビジュアルサーボイング – 非線形制御アプローチ –,” 日本ロボット学会誌, Vol. 13, No. 2, pp. 263–269, 1995.

[34] 橋本, 木村, “ビジュアルサーボイング – 非線形オブザーバアプローチ –,” 日本ロボット学会誌, Vol. 13, No. 7, pp. 986–993, 1995.

[35] 井村, 杉江, 吉川, “非線形システムの内部安定性と L_2 ゲイン –有界実条件の導出–,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 29, No. 6, pp. 659–667, 1993.

[36] H. Khalil, *Nonlinear systems,* Macmillan, NY, 1992.

[37] R. Kelly and A. Marquez, “Fixed-Eye Direct Visual Feedback Control of Planar Robots,” *Journal of Systems Engineering,* Vol. 5, pp. 239–248, 1995.

[38] R. Kelly, “Robust Asymptotically Stable Visual Servoing of Planar Robots,” *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 12, No. 5, pp. 759–766, 1996.

[39] R. Kelly, R. Carelli, O. Nasisi, B. Kuchen and F. Reyes, “Stable Visual Servoing of Camera-in-Hand Robotic Systems, ” preprint, 1997.

[40] 小林ら, ロボット制御の実際, コロナ社, 1997.

[41] A. Kawabata and M. Fujita, “Design of an H_∞ Filter-Based Robust Visual Servoing System,” *Control Engineering Practice,* Vol. 6, pp. 219–225, 1998.

[42] 児玉, 須田, システム制御のためのマトリックス理論, 計測自動制御学会, 1978.

[43] W. Lu and A. Packard, “Adaptive H_∞-Control for Nonlinear Systems,” *Proc. ACC*, pp. 1208–1212, 1997.

[44] A. Mauryama and M. Fujita, “Robust Control for Planar Manipulators with Image Feature Parameter Potential, ” *Advanced Robotics,* Vol. 12, No. 1, pp. 67–80, 1998.

[45] 丸山, 藤田, “ロバスト視覚サーボシステムの L_2 ゲインによる制御性能解析,” 電学論 C, Vol. 118, No. 3, pp. 301–309, 1998.

[46] 丸山, 藤田, “Inverse Optimal H_∞ Disturbance Attenuation of Robotic Manipulators,” 21st DST シンポジウム予稿集, pp. 109–112, 1998.

[47] R. Murray, Z. Li and S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation,* CRC Press, 1994. (ISBN 0-8493-7981-4)

[48] 升谷, 宮崎, “宇宙用マニピュレータのセンサフィードバック制御, ” 日本ロボット学会誌, Vol. 7, No. 6, pp. 647–655, 1989.

[49] F. Miyazaki and Y. Masutani, “Robustness of Sensory Feedback Control based on Imperfect Jacobian,” *Robotics Research: The Fifth International Symposium,* H. Miura and S. Arimoto (Eds.), pp. 201–208, MIT Press, 1990.

[50] H. Michel and P. Rives, “Sigularities in the Determination of the Situation of A Robot Effector from the Perspective View of 3 Points,” Tech. Rep., INRIA, 1993.

[51] (株) 不二越, トルク制御ロボットシステム取扱説明書, 1995.

[52] T. Nakayama and S. Arimoto, “H_∞ Control for Robotic Systems Usng the Passivity Concept,” *Proc. ICRA,* pp. 1584–1589, 1996.

[53] B. Nelson and P. Khosla, “Force and Vision Resolvability for Assimilating Disparate Sensory Feedback,” *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 12, No. 5, pp. 714–731, 1996.

[54] B. Nelson, N. Papanikolopoulos and P. Khosla, “Robotic Visual Servoing and Robotic Aassembly Tasks,” *IEEE Robotics and Automation Magazine,* pp. 23–31, 1996.

[55] (株) 応用計測研究所, Quick Mag ユーザーズマニュアル, 1994.

[56] 小倉, 海老根, 橋本, 木村, “H_∞ 制御に基づくロボットの視覚フィードバック制御,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 30, No. 12, pp. 1505–1511, 1994.

[57] R. Ortega and M. Spong, “Adaptive Motion Control of Rigid Robots: A Tutorial,” *Automatica*, vol. 25, pp. 877–888, 1989.

[58] B. Paden, *Kinematics and Control Robot Manipulators,* PhD thesis, Dept. EECS, Univ. California, Berkeley, 1986.

[59] N. Papanikolopoulos and P. Khosla, “Adaptive Robotic Visual Tracking : Theory and Experiments,” *IEEE Trans. Automatic Control,* Vol. 38, No. 3, pp. 429–445, 1993.

[60] N. Papanikolopoulos, P. Khosla and T. Kanade, "Visual Tracking of a Moving Target by a Camera Mounted on a Robot: A Combination of Vision and Control," *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 9, No. 1, pp. 14–35, 1993.

[61] J. Reed and P. Ioannou, "Instability Analysis and Robust Adaptive Control of Robot Manipulators," Univ. of California, EES, Tech. Report, 87–09–1, 1987.

[62] A. Rizzi and D. Kodischek, "An Active Visual Estimator for Dexterous Manipulation," *Proc. ICRA,* 1994.

[63] F. Reyes and R. Kelly "Experimental Evaluation of Fixed-Camera Direct Visual Controllers on a Direct-Drive Robot, " *Proc. ICRA,* pp. 2327–2332, 1998.

[64] C. Rohrs, L. Valavani, M. Athans and G. Stein, "Robustness of Continuous-Time Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodeled Dynamics, " *IEEE Trans. Automatic Control,* Vol. 30, No. 9, pp. 881–889, 1985.

[65] M. Spong, "On the Robust Control of Robot Manipulators," *IEEE Trans. Automatic Control,* Vol. 37, No. 11, pp. 1782–1786, 1992.

[66] A. van der Schaft, *L_2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control,* Lecture Notes in Control and Information Science, 218, Springer, 1996. (ISBN 3-540-76074-1)

[67] S. Soatto, R. Frezza and P. Perona, "Motion Estimation via Dynamic Vision," *IEEE Trans. Automatic Control,* Vol. 41, No. 3, pp. 393–413, 1996.

[68] Y. Shirai and H. Inoue, "Guiding a Robot by Visual Feedback in Assembly Tasks," *Pattern Recognition,* Vol. 5, pp. 99–108, 1973.

[69] J.-J. Slotine and W Li, "On the Adaptive Control of Robot Manipulators," *Int. J. Robotics Research,* Vol. 6, No. 3, pp. 49–59, 1987.

[70] J. Scherpen and R. Ortega, "On Nonlinear Control of Euler-Lagrange Systems : Disturbance Attnuation Properties," *System & Control Letters,* Vol. 30, pp. 49–56, 1997.

[71] R. Tsai, “A Versatile Camera Calibration Technique for High Accuracy 3D Machine Vision Metology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses,” *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. RA-3, No. 4, pp. 323–344, 1987.

[72] M. Takegaki and S. Arimoto, “A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators,” *ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control,* Vol. 103, pp. 119–125, 1981.

[73] W. Wilson, C. C. Hulls and G. Bell, “Relative End-Effector Control Using Cartesian Position Based Visual Servoing,” *IEEE Trans. Robotics and Automation,* Vol. 12, No. 5, pp. 684–696, 1996.

[74] L. Weiss, A. Sanderson and C. Neuman, “Dynamic Sensor-Based Control of Robots with Visual Feedback,” *IEEE Journal of Robotics and Automation,* Vol. RA-3, No. 5, pp. 404–417, 1987.

研究業績

研究論文

[**1**] Maruyama, A. and M. Fujita,
"Robust Control for Planar Manipulators with Image Feature Parameter Potential,"
Advanced Robotics, Vol. 12, No. 1, pp. 67-80, 1998.

[**2**] 丸山 章, 藤田 政之,
"ロバスト視覚サーボシステムの L_2 ゲインによる制御性能解析,"
電気学会論文誌 C, Vol. 118-C, No. 3, pp. 301-309, 1998.

[**3**] 丸山 章, 藤田 政之,
"適応 H_∞ 制御に基づくマニピュレータのロバスト視覚フィードバック制御, "
システム情報制御学会論文集, 投稿中.

国際会議

[**4**] Maruyama, A. and M. Fujita,
"Robust Visual Servo Control for Planar Manipulators with the Eye-in-Hand Configuration, "
Proc. of 36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, CA, pp. 2551-2552, 1997.

[**5**] Maruyama, A. and M. Fujita,
"Robust Visual Servo for Planar Manipulators with Image Feature Parameter Potential, "
Proc. of 2nd Asian Control Conference, Seoul, Korea, Vol. 3, pp. 331-334, 1997.

[**6**] Maruyama, A. and M. Fujita,
"L_2 Gain Performance Analysis for Nonlinear Robust Visual Servo Control, "
Proc. of 1998 American Control Conference, Philadelphia, PA, pp. 2932-2936, 1998.

[**7**] Maruyama, A. and M. Fujita,
"Adaptive H_∞ Control for Robust Visual Feedback System, "
Proc. of 37th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, FL, 1998. (accepted)

[**8**] Maruyama, A. and M. Fujita,
"Adaptive H_∞ Visual Feedback Control for Robotic Manipulators, "
1999 IFAC World Congress, Beijeng, Chaina, 1998. (accepted)

国内会議

[**9**] 藤田 政之, 丸山 章,
"Eye-in-Hand 構造における視覚フィードバックについて, "
第 26 回制御理論シンポジウム, pp. 423-426, 1997.

[**10**] Maruyama, A. and M. Fujita, "Robust Visual Servo Control for Planar Robots with Eye-in-Hand system, "
Proc. of 2nd Robotics Symposia, pp. 67-72, 1997.

[**11**] 丸山 章, 藤田 政之,
"非線形 H_∞ 制御による視覚フィードバックについて, "
第 20 回 Dynamical System Theory シンポジウム, pp. 189-192, 1997.

[**12**] 丸山 章, 藤田 政之,
"適応 H_∞ 制御による視覚フィードバックについて, "
第 27 回制御理論シンポジウム, pp. 371-374, 1998.